



Imam Khomeini International University
Vol. 7, No. 3, Autumn 2022



نشریه مهندسی منابع معدنی
Journal of Mineral Resources Engineering
(JMRE)

Research Paper

Numerical Analysis of Effect of Different Shapes of Pore on Tensile Crack Growth

Rezanezhad M.¹, Lajevardi S.A.^{2*}, Karimpouli S.³

- 1- M.Sc, Dept. of Mining Engineering, University of Zanjan, Zanjan, Iran
2- Assistant Professor, Dept. of Material Engineering, University of Zanjan, Zanjan, Iran
3- Associate Professor, Dept. of Mining Engineering, University of Zanjan, Zanjan, Iran

Received: 13 Jan. 2021

Accepted: 12 Jun. 2021

Abstract: Recent development in eXtended Finite Element Method (XFEM) opened new avenues through crack propagation problems. However, its ability to predict crack path in micro scale medium of a real porous rock is always questionable. In this work, numerical modeling of the effect of pore size on crack growth and comparison of the effect of different pore shapes and location has been developed using the finite element method to compare the maximum strength of reservoirs and complex rock models. The results showed that the equivalence of the main pores in the sample with simple geometric shapes such as circles, ellipses and angled shapes can well simulate the mechanical behavior of materials and crack growth in Phenomena such as hydraulic fracturing.

Keywords: Numerical modeling, Pores' size, Pores' shape, Pores' location, Hydraulic fracture.

How to cite this article

Rezanezhad, M., Lajevardi, S. A., and Karimpouli, S. (2022). "Numerical analysis of effect of different shapes of pore on tensile crack growth". Journal of Mineral Resources Engineering, 7(3): 101-124.

DOI: [10.30479/JMRE.2021.14904.1481](https://doi.org/10.30479/JMRE.2021.14904.1481)

*Corresponding Author Email: Lajevardi@znu.ac.ir

COPYRIGHTS



©2022 by the authors. Published by Imam Khomeini International University.

This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0) (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

INTRODUCTION

Today, numerical modeling of oil and gas reservoirs has gained a special role in oil reservoir engineering and geomechanics. Therefore, the construction of numerical models that are suitable for porous and high pressure underground space has a very important role in the numerical analysis of rock and fluid behavior of hydrocarbon reservoirs. Wu et al. [1] investigated the mechanical and fracture properties of rock containing pores under uniaxial compressive loading and analyzed and compared five different shapes of pores. Experimental results showed that the mechanical properties of the samples are greatly weakened by pores and the degree of degradation depends on the shape of the pores. They found that the sample with the circular pores and the sample with the rectangular pores had the most and least stability, respectively. Zeng et al. [2] performed numerical modeling and laboratory study of sandstones containing different pore shapes under uniaxial pressure. Their results showed that the shape of the pore has a significant effect on uniaxial compressive strength and type of failure; but it has the least effect on the elastic modulus. In another study conducted by the authors of the present article, changes in the distance of the pore from the crack tip are numerically modeled and its effects on maximum strength, onset and how the crack spreads in porous rocks have been investigated [3]. In that paper, the rules regarding the minimum angle required to deflect cracks to pore are presented. Also in another study, the same research group investigated the effect of the location of pore on the crack and analyzed the arrangement of circular porosity in complex rock models [4]. The results showed that the pores located on the sides of the cracks are of the resistant pores and increase the maximum strength of the rock samples.

METHODOLOGY AND APPROACHES

In the present study, the finite element method has been used to simulate and analyze the effects of size, shape and porosity angle on hydraulic fracture. In all models, the properties of Granite and multiple partitioning methods with their separate enrichment have been used. First, the effect of pore size changes on the mechanical properties of porous materials is investigated. At this stage, a circular pore is used to facilitate and properly evaluate the changes. In the continuation of the research, since the real environments of the rock have pores in irregular shapes and with sharp corners that are located at different angles, an attempt have been made to change the pore shape from a circle to an elliptical or a rectangle pore. In the final part, in order to have a preliminary understanding of the complex and real environment of the rock, the effect of pores arrangement on the crack growth is discussed.

RESULTS AND DISCUSSION

In the first stage, by changing the pore size, the amount of stress intensity factor was calculated and the crack growth method was presented. Figure 1 shows the growth rate of cracks with changes in pore size. As it is known, as the diameter of the pore increases, the destructive effects of pore increase and the initial crack in the sample is allowed to grow and expand which reducing the strength of the rock.

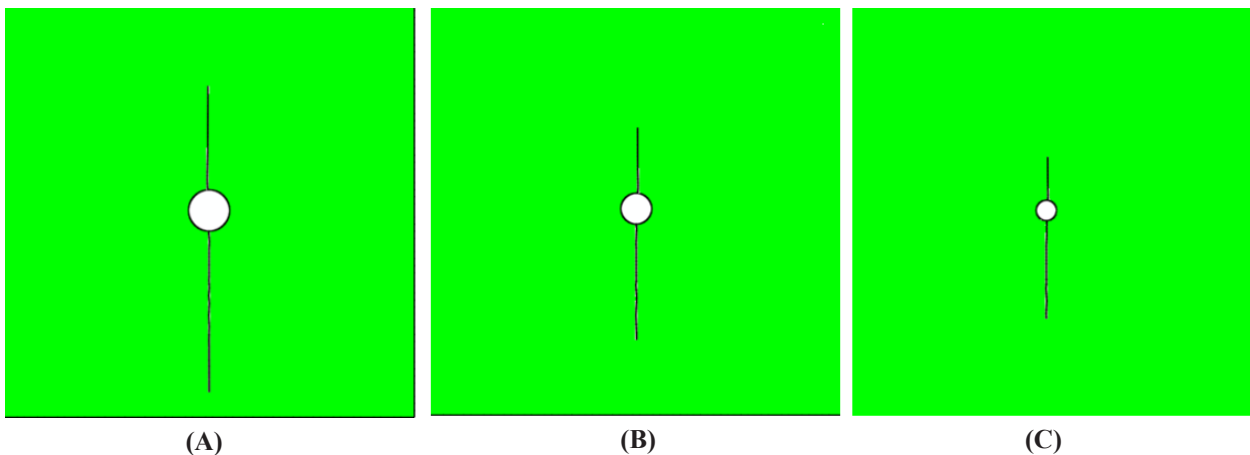


Figure 1. Crack growth of pore with different size; **A:** 1st sample with $2r=40$ mmT, **B:** 2nd sample with $2r=30$ mm and **C:** 3rd sample with $2r=20$ mm

In investigating the effect of pore shape on crack growth, two parameters of geometry and placement angle are very important parameters and have a great impact on the results of stress distribution in porous specimens. By applying constant and equal tension to the specimens, as shown in Figure 2, in the specimen containing a rectangular pore, cracks have grown from the sharp corners of the pore and in elliptical and circular shapes from the top and bottom of the pore. Also, the length of the crack created in the sample containing circular pore is more than the rest and has expanded near the boundary of the rock sample, which has decreased with changing the pore shape into elliptical and rectangular, the rate of crack propagation has decreased.

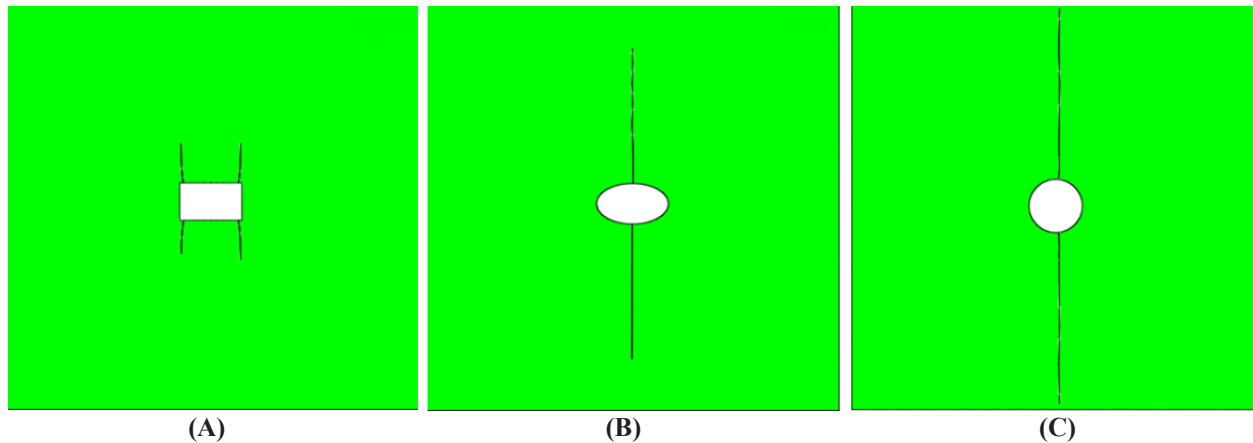


Figure 2. Crack growth in samples containing a pore with different shapes as **A:** rectangular, **B:** elliptical and **C:** circular

Table 1 shows the crack growth parameters by changing the shape and angle of the pore in equal sizes. As can be seen in this Table, the sample containing the rectangular pore at a zero degree angle is the strongest sample and the sample containing the elliptical pore at the 90 degree angle is the weakest sample.

Table 1. Comparison of crack growth parameters with changing geometry and pore placement angle

Pore shape	Pore placement angle (degree)	Von-Mises Stress (MPa)	Reaction force (N)
Rectangular	0	0.885	836.3
	45	1.408	719.6
	90	1.085	759.3
Circular	-	1.029	777.3
Elliptical	0	1.008	795.8
	45	1.093	744.4
	76.2	1.585	714.7
	90	1.677	699.7

To model the crack growth in the real rock environment, the image of Fontainebleau sandstone was used according to Figures 3A. Figure 3B shows how the stress is distributed in the simulated model. As can be seen, larger pores play a major role in the sample because the stresses in them are very high. There is also a concentration of stress in the sharp corners of the pore, so that according to Figure 3C, after the displacement, failure has occurred in larger pores, and therefore the small pores can be ignored.

The results showed that the different shapes of pores and its arrangements have a great effect on the growth process of cracks and fractures. Finally, by modeling a real rock sample and equating the main porosities with simple geometric shapes, a more accurate understanding of how each of the parameters affecting crack growth in phenomena such as hydraulic fracture was obtained.

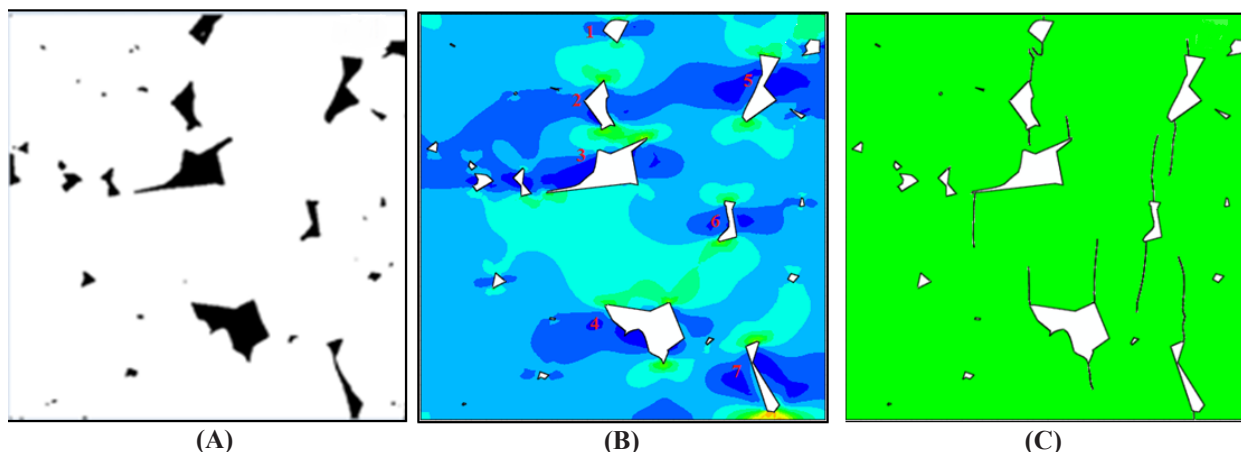


Figure 3. A: Microscopic image of Fontainebleau sandstone [5], B: Stress distribution and C: Crack growth path in the sample

CONCLUSIONS

- ✓ In the identical pore size, the pore in the form of an ellipse is more destructive than the pore in the form of a rectangle.
- ✓ If the pore is located in front of the crack tip, in the identical pore size, the circular pore is more destructive than the elliptical and horizontal rectangular pores.
- ✓ If the pore is located on the sides of the crack, in the identical pore size, the circular pore is more resistant than the elliptical and horizontal rectangular pores.
- ✓ By equating real pore with simple geometric shapes, a better understanding of crack growth phenomena in processes such as hydraulic fracture can be achieved.

REFERENCES

- [1] Wu, H., Zhao, G., and Liang, W. (2020). "Mechanical properties and fracture characteristics of pre-holed rocks subjected to uniaxial loading: A comparative analysis of five hole shapes". *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 105: 102433.
- [2] Zeng, W., Yang, S., and Tian, W. (2018). "Experimental and numerical investigation of brittle sandstone specimens containing different shapes of holes under uniaxial compression". *Engineering Fracture Mechanics*. DOI: org/10.1016/j.engfracmech.2018.08.016.
- [3] Rezanezhad, M., Lajevardi, S. A., and Karimpouli, S. (2019). "Effects of pore-crack relative location on crack propagation in porous media using XFEM method". *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 103: 102241.
- [4] Rezanezhad, M., Lajevardi, S. A., and Karimpouli, S. (2020). "Effects of pore(s)-crack locations and arrangements on crack growth modeling in porous media". *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 107: 102529.
- [5] Abdellah, M. Y. (2017). "Delamination Modeling of Double Cantilever Beam of Unidirectional Composite Laminates". *Journal of Failure Analysis and Prevention*, 17: 1011-1018.



تحلیل عددی تاثیر اشکال مختلف حفره در رشد ترک کششی

محمد رضانژاد^۱، سید احمد لاجوردی^{۲*}، صادق کریم پولی^۳

۱- کارشناسی ارشد، گروه مهندسی معدن، دانشکده مهندسی، دانشگاه زنجان، زنجان

۲- استادیار، گروه مهندسی مواد، دانشکده مهندسی، دانشگاه زنجان، زنجان

۳- دانشیار، گروه مهندسی معدن، دانشکده مهندسی، دانشگاه زنجان، زنجان

پذیرش: ۱۴۰۰/۰۳/۲۲

دریافت: ۱۳۹۹/۱۰/۲۴

چکیده

شبیه‌سازی عددی ژئومکانیکی مخازن نفتی و گازی امروزه جایگاه ویژه‌ای در علم مهندسی نفت و ژئومکانیک مخزن کسب کرده است. از این جهت ساخت مدل‌های عددی که متناسب با فضای متخلخل و پرفشار زیرزمینی است، جایگاه بسیار مهمی در تحلیل عددی رفتار سنگ و سیال مخازن هیدروکربوری دارد. یکی از جدیدترین روش‌های عددی برای مدلسازی رشد ترک، روش اجزا محدود توسعه یافته است. این روش ترک را به وسیله توابعی که به توابع غنی شده مرسوم‌اند مدلسازی کرده و نیاز به مش‌بندی مجدد ناحیه آسیب را از بین می‌برد، بنابراین در این پژوهش، به مدلسازی عددی تاثیر اندازه حفره بر رشد ترک و مقایسه تاثیر اشکال مختلف آن با استفاده از روش اجزا محدود توسعه یافته پرداخته شده است، تا بتوان مقاومت بیشینه مخازن و مدل‌های پیچیده سنگی را به صورت نسبی با یکدیگر مقایسه کرد. در مرحله اول با تغییر اندازه حفره، مقدار فاکتور شدت تنش محاسبه و نحوه رشد ترک ارایه گردید. در مرحله بعد، نتایج نشان داد که شکل‌های مختلف حفره و زوایای قرارگیری آن بر فرآیند رشد ترک و شکست، تاثیر زیادی دارد. در نهایت با مدلسازی یک نمونه واقعی سنگ و معادل‌سازی حفرات موجود در آن با اشکال هندسی ساده، درک دقیق‌تری از نحوه عملکرد هر یک از پارامترهای موثر بر رشد ترک در پدیده‌هایی مانند شکست هیدرولیک، حاصل شد.

کلمات کلیدی

تحلیل عددی، اندازه حفره، شکل حفره، مکان حفره، شکست هیدرولیکی.

استناد به این مقاله

رضانژاد، م.، لاجوردی، س. ا.، کریم پولی، ص.؛ ۱۴۰۱؛ "تحلیل عددی تاثیر اشکال مختلف حفره در رشد ترک کششی". نشریه مهندسی منابع معدنی، دوره هفتم، شماره ۳، ص ۱۲۴-۱۰۱.

DOI: 10.30479/JMRE.2021.14904.1481



۱- مقدمه

ژئومکانیک در مهندسی نفت، با تاثیر تنش و مقاومت سنگ بر رفتار سازندها در نتیجه فعالیت‌های نفتی سر و کار دارد. مسایل مربوط به ژئومکانیک، در تمامی دوران توسعه میدان، از همان مراحل اولیه اکتشاف، که سوالات اساسی مانند پیش‌بینی فشار منفذی قبل از حفاری مطرح می‌شود، تا مراحل ارزیابی، توسعه و استخراج میدان، که اپراتور با مسایلی مانند بهینه‌سازی پایداری چاه، جهت حفاری و پیش‌بینی بسته بودن گسل‌ها و تراوایی شکاف روبه‌رو است، مطرح می‌شود. شکست هیدرولیکی یکی از روش‌های تحریک مخازن است که برای افزایش بازدهی مخازن استفاده می‌شود. این روش با تحریک چاه‌های تولیدی به وسیله گسترش یک شکستگی از درون چاه به طرف لایه‌های دارای نفت انجام می‌شود. مواد زیادی در طبیعت وجود دارند که بخش قابل توجهی از آن‌ها را فضای خالی تشکیل می‌دهد، که به آن‌ها محیط‌های متخلخل گفته می‌شود. وجود این حفرات خالی در محیط‌های متخلخل باعث می‌شود که رفتار آن‌ها تحت بارگذاری‌های اعمال شده با مواد دیگر تفاوت چشمگیری داشته باشد. از جمله این مواد می‌توان به سنگ و خاک‌های تحکیم یافته اشاره کرد که به شدت مورد توجه علوم مهندسی‌اند [۱]. شکستی که در دیواره چاه به واسطه افزایش فشار داخلی چاه ایجاد می‌شود را معمولاً به عنوان شکست کششی یا نوع مد یک شکست در نظر می‌گیرند. در اغلب موارد از این فرضیه برای شکست هیدرولیکی استفاده می‌شود، اما در برخی موارد مانند سنگ‌های نرم و حالتی که سنگ دارای خاصیت پلاستیسیته بالایی باشد عده‌ای بر این عقیده‌اند که شکست به صورت برشی انجام می‌گیرد [۲].

دپاتر^۱ و همکاران [۳] آزمایش و شبیه‌سازی عددی شکست هیدرولیکی در سنگ شکافدار طبیعی را انجام دادند. در سازندهای شکافدار طبیعی، سیال تزریقی ممکن است در شکاف‌های موجود جریان پیدا کرده یا باعث ایجاد شکست جدید شود. ژانگ^۲ و همکاران [۴] گسترش شکست هیدرولیکی را بررسی کردند. آنها بر اساس مکانیزم شکست و تئوری‌های شکست هیدرولیکی، مدلی را برای مسیر گسترش شکست ارائه دادند که این مدل، تاثیر تنش‌های مختلف را بر تغییر مسیر گسترش شکست، نشان می‌دهد. شیمیزو^۳ و همکاران [۵] با استفاده از مدلسازی شکست هیدرولیکی در سنگ‌های سخت، اثر ویسکوزیته سیال و توزیع اندازه ذرات را بررسی کردند. جیانگچن^۴ و همکاران [۶] با استفاده از

یک مدلسازی دوبعدی مایع-جامد و به وسیله المان محدود توسعه یافته، مسیر انتشار ترک را در حالت ناهمسانگرد مشخص کردند. ساتو^۵ و همکاران [۷] نشان دادند در اختلاف بالای تنش‌های افقی، شکست هیدرولیکی تمایل دارد مسیر خود را بدون هیچ گونه اندرکنش با ناپیوستگی ادامه دهد. یو^۶ و همکاران [۸] خواص مکانیکی و خصوصیات شکست در سنگ حاوی حفره، تحت بارگذاری فشاری تک محوره را بررسی کردند و پنج شکل مختلف از حفره را مورد تجزیه و تحلیل و مقایسه قرار دادند. نتایج تجربی نشان داد که خواص مکانیکی نمونه‌ها با وجود حفرات، تا حد زیادی تضعیف می‌شوند و درجه تخریب به شکل حفره بستگی زیادی دارد. آنها دریافتند که نمونه حاوی حفره دایره‌ای بیشترین و نمونه حاوی حفره مستطیلی شکل، کمترین پایداری را دارد. ژنگ^۷ و همکاران [۹] به مدلسازی عددی و بررسی آزمایشگاهی ماسه سنگ حاوی اشکال مختلف حفره، تحت فشار تک محوری پرداختند. نتایج آنها نشان داد که شکل حفره، تاثیر قابل توجهی در مقاومت فشاری تک محوره و نوع شکست دارد؛ اما کمترین تاثیر را بر روی مدول الاستیک دارد. در مطالعه‌ای دیگر که توسط نویسندگان مقاله حاضر انجام شده است، تغییرات فاصله قرارگیری حفره از نوک ترک به صورت عددی مدلسازی و تاثیرات آن بر مقاومت بیشینه، شروع و چگونگی گسترش ترک در سنگ‌های متخلخل بررسی شده است [۱۰]. در آن مقاله، قوانینی در خصوص حداقل زاویه مورد نیاز برای انحراف ترک به سمت تخلخل ارائه شده است. همچنین در مطالعه‌ای دیگر، همین گروه تحقیقاتی، به تاثیر مکان قرارگیری تخلخل نسبت به ترک پرداخته و نحوه چیدمان و آرایش تخلخل‌های دایروی شکل در مدل‌های پیچیده سنگی را تجزیه و تحلیل کردند [۱۱]. نتایج نشان داد تخلخل‌هایی که در جوانب ترک قرار می‌گیرند، از نوع تخلخل مقاوم است و سبب افزایش مقاومت بیشینه نمونه‌های سنگی می‌شود.

در پژوهش حاضر، ابتدا به تاثیر تغییرات اندازه حفرات بر خواص مکانیکی مواد متخلخل پرداخته می‌شود. در این مرحله، برای سهولت و ارزیابی صحیح از تغییرات ایجاد شده، از حفره دایره‌ای شکل استفاده شده است. در هر مرحله با تغییر اندازه حفره، مقدار فاکتور شدت تنش، تنش فون میسز و میزان رشد ترک در نمونه ارائه می‌شود. همچنین با معرفی پارامتر K_{max}/K_c آثار تخریبی تخلخل با تغییرات اندازه آن بررسی و

۳- روش XFEM و توانایی آن

در مقایسه با روش المان محدود، روش المان محدود توسعه یافته مزایای چشمگیری در مدلسازی رشد ترک دارد. در روش XFEM^۹ دیگر نیازی به مطابقت هندسه ترک با المانها نیست، که این قابلیت باعث انعطاف در مدلسازیهای گوناگون می شود. اساس روش المان محدود توسعه یافته، غنی سازی مدل المان محدود با توابع غنی سازی است، بنابراین برای مدلسازی هر ترک با هر طول و موقعیت مکانی، تنها یک المان بندی ساده نیاز است. به علاوه گره های اطراف ترک با تابعی که مطابقت بیشتری با مکانیک شکست خطی دارند غنی سازی می شوند که باعث افزایش دقت در محاسبات فاکتور شدت تنش می شود. در روش اجزا محدود توسعه یافته، مدلسازی ترک شامل مدل کردن دو قسمت نوک ترک و وجوه آن است. تفاوت این دو قسمت در آن است که در اطراف نوک ترک، تمرکز تنش بسیار بالایی وجود دارد، در حالی که در مورد دو لبه ترک چنین نیست ولی ناپیوستگی تغییر مکانی را از لبه بالایی ترک تا لبه پایینی آن ممکن است داشته باشیم، بنابراین پیداست که برای مدلسازی این دو قسمت باید از دو نوع تابع غنی سازی متفاوت استفاده کرد. می توان معادله کلی که برای المان محدود توسعه یافته به کار می رود، به شکل زیر بیان کرد:

$$U^H = \sum_I \phi_I(x) u_I + \sum_J b_J \phi_J(x) H(x) + \sum_k \phi_k(x) \left(\sum_I c_k^{I1} F_I^1(x) \right) + \sum_k \phi_k(x) \left(\sum_I c_k^{I2} F_I^2(x) \right) \quad (4)$$

در رابطه فوق u بردار جابه جایی، b_J و c_k^I درجات آزادی گره ای اضافی، $F_I^1(x)$ و $F_I^2(x)$ توابع تغییر مکانی دوبعدی نزدیک نوک ترک اند که به ترتیب برای مدل کردن نوک اول و دوم ترک است. ϕ_I تابع شکلی مربوط به گره I در اجزا محدود متداول و $H(x)$ هم تابع تعمیم یافته هویساید^{۱۰} است [۱۳]. اگر x در بالای ترک قرار گیرد، تابع تعمیم یافته هویساید مثبت است در غیر اینصورت منفی خواهد بود. مطابق شکل ۱ چنانچه e_n بردار یکه عمود بر ترک باشد به گونه ای که $e_s \times e_n = e_z$ (e_s بردار یکه مماسی است) و نزدیکترین نقطه به x بر روی ترک x^* در اینصورت داریم:

$$H(x) = \begin{cases} +1 & (x - x^*) e_n > 0 \\ -1 & (x - x^*) e_n < 0 \end{cases} \quad (5)$$

میزان مقاومت بیشینه محاسبه می شود. در ادامه تحقیق، از آنجایی که محیط های واقعی سنگ تخلخل در اشکال نامنظم و با گوشه های تیز دارند که در زوایای مختلفی قرار گرفته اند، سعی شده است تا با حفظ اندازه های برابر و تغییر شکل حفره از دایره به بیضی و مستطیل، درک صحیحی از نحوه اثر شکل تخلخل بر مواد متخلخل به دست آورد. در این بخش، تاثیرات حفرات بیضی و مستطیل شکل در زوایای صفر، ۴۵ و ۹۰ درجه بررسی شده و نتایج آن بر تنش فون میسر و مقاومت بیشینه ارایه می شود. در بخش پایانی، برای درک مقدماتی از محیط پیچیده و واقعی سنگ، به تاثیر آرایش قرارگیری شکل تخلخل بر رشد ترک پرداخته و با مدلسازی نحوه رشد ترک در محیط واقعی سنگ متخلخل، تاثیر تغییرات یاد شده در روند شکست نمونه سنگ، ارزیابی شده است.

۲- فاکتور شدت تنش (K)

مفهوم فاکتور شدت تنش (k) نخستین بار توسط اروین معرفی شد [۱۲]. فاکتور شدت تنش، یک روش مناسب برای توزیع تنش در اطراف یک نقص است. می توان مقادیر (k) برای بسیاری از شکل های هندسی متفاوت و انواع مختلف بارگذاری را به وسیله تئوری الاستیسته محاسبه کرد. در حالت کلی فاکتور شدت تنش در یک جسم بی نهایت حاوی ترکی به طول $2a$ که تحت تنش σ قرار دارد، از رابطه زیر به دست می آید:

$$K_I = \alpha \sigma \sqrt{\pi a} \quad (1)$$

که α پارامتری است که به شکل هندسی ترک و نمونه بستگی دارد. اگر حین اعمال بار به نمونه، تنش اعمالی به تنش بحرانی σ_c برسد، که امکان گسترش سریع ترکی با نصف طول ترک a را فراهم کند، فاکتور شدت تنش بحرانی زیر به دست می آید:

$$K_{IC} = \alpha \sigma_c \sqrt{\pi a} \quad (2)$$

این فاکتور شدت تنش بحرانی، چقرمگی شکست^{۱۱} نامیده می شود که معرف شدت تنشی است که در آن، یک جسم خاص که در معرض بارگذاری کششی قرار گرفته است، می شکند. در این حالت، فاکتور شدت تنش معادل به مقدار بحرانی می رسد و داریم:

$$K_{eq} = K_{IC} \quad (3)$$

المان است. زمانی که مقدار f بیشتر از یک باشد، نوک ترک گسیخته می‌شود [۱۷، ۱۶].

$$f = \frac{G_{equiv}}{G_{equivC}} \geq 1 \quad (7)$$

در روش XFEM سه معیار برای محاسبه نرخ انرژی شکست وجود دارد که روش مورد استفاده در مقاله جاری، روش توانی است که رابطه آن به صورت زیر تعریف می‌شود. در این روش، نسبت بین انرژی معادل نهایی و انرژی معادل نهایی بحرانی محاسبه می‌شود:

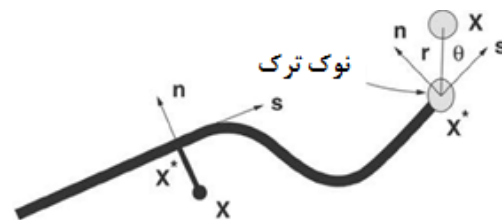
$$\frac{G_{equiv}}{G_{equivC}} = \left(\frac{G_I}{G_{IC}} \right)^{a_m} + \left(\frac{G_{II}}{G_{IIC}} \right)^{a_n} + \left(\frac{G_{III}}{G_{IIIC}} \right)^{a_o} \quad (8)$$

که منظور از زیرنویس‌های I، II و III مدهای اول تا سوم شکست است. همچنین، سه ضریب a_m, a_n, a_o مربوط به پارامترهای ماده‌اند که در مدل‌های این مقاله، مقادیر یکسانی برای آنها در نظر گرفته شده است [۱۸]. مقدار K_{Ic} ارایه شده در بخش (۲)، آغاز شکست در نمونه فرض شده را نشان می‌دهد. در این مقاله، چون از روش XFEM استفاده می‌شود و نوک ترک ممکن است درون المان هم قرار گیرد، بنابراین برای تمامی مدل‌ها انرژی شکست تعریف شده است تا از بی‌نهایت شدن مقدار تنش در المان‌های حاوی نوک ترک جلوگیری شود.

در پژوهش جاری نیز از روش اجزا محدود توسعه یافته برای شبیه‌سازی و تحلیل تاثیرات اندازه، شکل و زاویه تخریل بر شکست هیدرولیکی بهره گرفته شده است. در تمامی مدل‌سازی‌ها، از خصوصیات گرانیته و روش تقسیم‌بندی چندگانه با غنی‌سازی جداگانه آنها استفاده شده است که در مقالات قبلی محققان حاضر، اطلاعات تکمیلی قابل دسترسی است [۱۵، ۱۱، ۱۰].

از آنجا که مطالعات آزمایشگاهی مرتبط با رشد ترک بسیار هزینه‌بر و نیازمند تجهیزات پیشرفته است و با توجه به اینکه برای تمامی اشکال مختلف تخریل، راه حل تحلیلی در دسترس نیست، بنابراین صحت‌سنجی تمام مدل‌های یاد شده امکان‌پذیر نیست و فقط برای حفرات دایره‌ای می‌توان نتایج را صحت‌سنجی کرد که در مقاله قبلی محققان حاضر [۱۵]، جزئیات آن آورده شده است.

از این تابع در شبیه‌سازی دو لبه ترک و نه نوک آن، استفاده می‌شود. با نگاهی به رابطه ۵ می‌توان دریافت که این تابع دو مقادیر یک ناپیوستگی بر روی ترک دارد که به همین علت هم از این تابع برای مدل‌سازی دو لبه ترک استفاده می‌شود [۱۴].



شکل ۱: بردارهای یک عمودی و مماسی در تابع هویساید تعمیم یافته [۱۴]

در مقاله‌ای که توسط نویسندگان مقاله حاضر منتشر شده است [۱۵]، مشاهده گردید که روش اجزا محدود توسعه یافته در شبیه‌سازی رشد ترک در محیط‌های متخلخل قابلیت بالایی دارد و به خوبی مسیر رشد ترک و میزان مقاومت بیشینه نمونه‌های سنگی را مطابق با نتایج آزمایشگاهی محاسبه می‌کند. در روش XFEM پنج معیار برای ایجاد ترک وجود دارد، که روش مورد استفاده در مقاله جاری روش حداکثر معیار تنش اصلی است (در این روش زمانی که تنش اصلی در المان بیشتر از مقدار بحرانی آن باشد، شکست در قطعه ایجاد می‌شود):

$$f = \left\{ \frac{\langle \sigma_{max} \rangle}{\sigma_{max}^o} \right\} \quad (6)$$

به طور کلی در روش XFEM رفتار بعد از شکست، به دو صورت جابه‌جایی و انرژی قابل شبیه‌سازی است. در روش جابه‌جایی نمی‌توان مقادیر مختلفی را برای شکست، تحت تنش‌های نرمال یا برشی تعریف کرد و تنها مقدار جابه‌جایی بعد از شروع شکست باید تعریف شود. در روش انرژی، می‌توان رفتار و استحکام‌های متفاوتی از نظر تنش نرمال و برش در جهت‌های مختلف برای شبیه‌سازی رفتار شکست المان تعریف کرد و مدل دقیق‌تری برای بررسی رفتار قطعه بعد از شکست است.

در حالت کلی و بدون وابستگی به مدهای مختلف شکست، مقدار انرژی شکست به صورت رابطه ۷ تعریف می‌شود که نسبت نرخ انرژی شکست المان به نرخ انرژی شکست نهایی

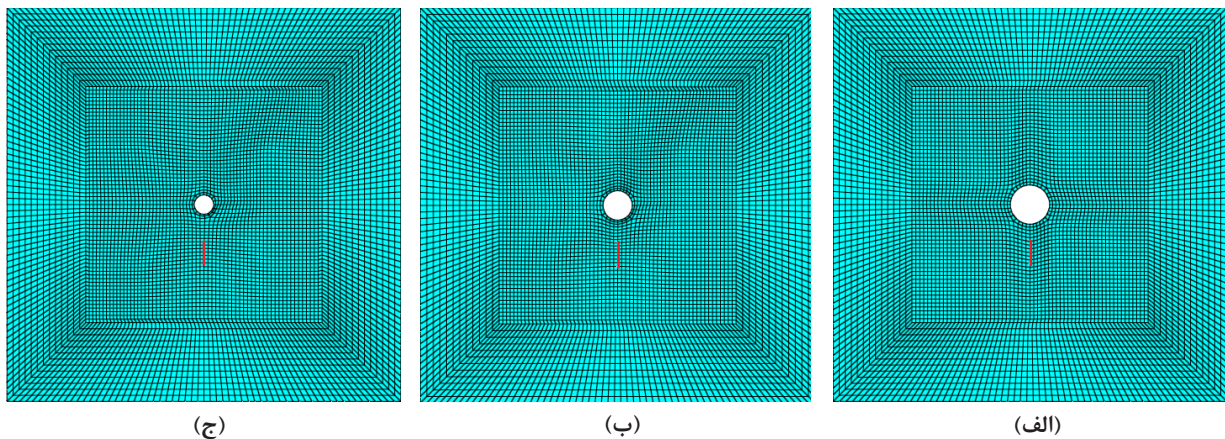
۴- تاثیر اندازه تخلخل بر رشد ترک

با توجه به این که در طبیعت، سنگ‌ها تخلخل با اندازه‌های مختلف دارند، بررسی و شناخت چگونگی تاثیر تغییرات اندازه تخلخل بر رشد ترک امری ضروری به نظر می‌رسد، بنابراین برای داشتن درکی درست از تاثیر تغییرات اندازه تخلخل در شکست هیدرولیکی، از ساده‌ترین شکل تخلخل یعنی حفرات دایروی استفاده شد. بدین منظور سه مدل عددی حاوی ترک و حفره در نظر گرفته شد (شکل ۲). در این نمونه‌ها حفرات روبه‌روی ترک قرار داده شده‌اند و همه پارامترها ثابت‌اند و فقط اندازه حفره‌ها تغییر می‌کند. با توجه به شکل ۲، قطر حفره (2r) در نمونه‌های اول تا سوم به ترتیب برابر ۳۰، ۴۰ و ۲۰ میلی‌متر و فاصله مرکز حفره تا مرکز ترک ۵۰ میلی‌متر و طول ترک اولیه ۲۰ میلی‌متر است. بررسی فرآیند شکست بر روی سنگ گرانیت انجام شده است که خواص آن در جدول ۱ آمده است. هندسه مدل ساخته شده به صورت سه بعدی است. نمونه تحت جابه‌جایی ۵ میلی‌متر در راستای افقی قرار گرفته است که به صورت یکنواخت اعمال شده است. همچنین درجه آزادی جابه‌جایی در راستای Y و Z و درجه آزادی چرخشی در راستای X برابر با صفر در نظر گرفته شده است. در این

مدلسازی از معیار حداکثر تنش اصلی، به عنوان معیار شکست استفاده و رفتار بعد از شکست نمونه، به صورت انرژی تعریف شده است و تحلیل از نوع استاتیکی و به صورت غیرخطی است.

در شکل‌های زیر نتایج فاکتور شدت تنش (K_{max}) برای هر نمونه آورده شده است. در شکل ۳ توزیع تنش بین ترک و حفره ۴۰ میلی‌متری دیده می‌شود، تنش بین نوک ترک و حفره قابل توجه است. همچنین با توجه به نمودار توزیع تنش فون میسز^{۱۱} بیشترین تنش ممکن در نوک ترک ممکن است به ۳٫۲۵۷ مگاپاسکال برسد و مقدار فاکتور شدت تنش برابر با ۱٫۱۹ است.

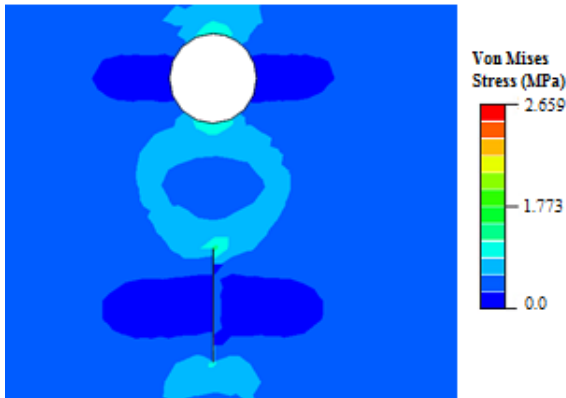
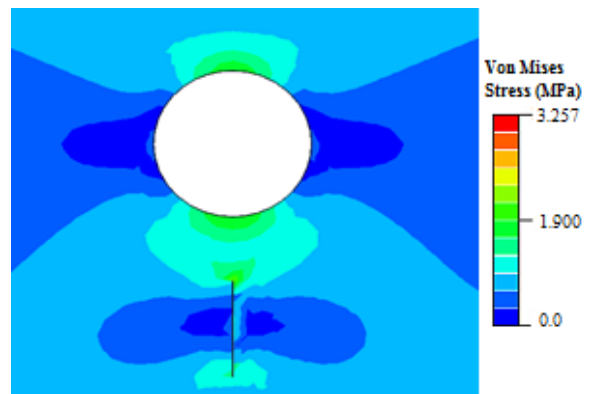
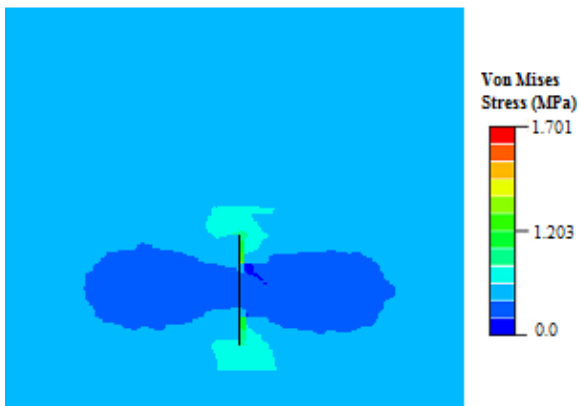
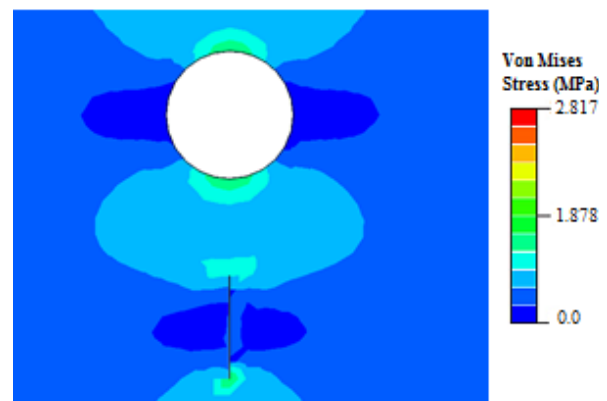
وقتی که اندازه حفره از ۴۰ به ۳۰ میلی‌متر کاهش پیدا می‌کند، توزیع تنش بین ترک و حفره نسبت به قبل کمتر می‌شود. همان‌گونه که در شکل ۴ نشان داده شده است، طبق نمودار تنش فون میسز، حداکثر تنش ممکن در نوک ترک به ۲٫۸۱۷ مگاپاسکال و مقدار فاکتور شدت تنش به ۱٫۰۸ می‌رسد. شکل ۵ مربوط به حفره با قطر ۲۰ میلی‌متر است. همان‌طور که دیده می‌شود توزیع تنش بین ترک و حفره به طور قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌یابد و بیشترین تنش فون میسز ۲٫۶۵۹ مگاپاسکال و مقدار فاکتور شدت تنش، کمتر از دو حالت قبلی



شکل ۲: مدل‌های استفاده شده در بررسی اثر اندازه تخلخل؛ (الف) نمونه اول با $2r=40\text{mm}$ ، (ب) نمونه دوم با $2r=30\text{mm}$ و (ج) نمونه سوم با $2r=20\text{mm}$

جدول ۱: خواص سنگ گرانیت [۱۹-۲۱]

چگالی (Kg/m^3)	انرژی شکست (j/m^2)	مدول یانگ (GPa)	ضریب پواسون	K_{1C} ($\text{MPa/m}^{1/2}$)
۲۷۰۰	۳۸٫۵	۷۰٫۶	۰٫۲۵	۱٫۶۵

شکل ۵: توزیع تنش با شرایط $K_{max}=1.02$ و $2r=20mm$ شکل ۳: توزیع تنش با شرایط $K_{max}=1.19$ و $2r=40mm$ شکل ۶: توزیع تنش در نمونه بدون تخلخل $K_c=0.99$ شکل ۴: توزیع تنش با شرایط $K_{max}=1.08$ و $2r=30mm$

مدل به ترتیب نمونه اول تا سوم برابر 1.20 ، 1.09 و 1.03 است. چون تمامی این مقادیر بزرگتر از یک است از این رو این نوع از تخلخل‌ها همگی از نوع تخلخل مخرب‌اند. نمودار زیر (شکل ۷) رابطه بین مقادیر گفته شده را به خوبی نشان می‌دهد. هرچه قطر حفره بزرگتر باشد، تخلخل تاثیر تخریبی بیشتری دارد. خط توپر نشان‌دهنده نمودار خطی و خط چین، نمودار لگاریتمی داده‌ها است. در ادامه برای هر سه مدل نمودار نیروی عکس‌العمل در برابر جابه‌جایی آورده شده است. طبق شکل ۸ حفره کوچکتر مقاومت بیشتری در برابر شروع و گسترش ترک دارد و هرچه حفره بزرگتر شود نیروی عکس‌العمل کاهش می‌یابد. بیشترین نیرویی که تا قبل از گسیختگی، نمونه ممکن است در حفره با قطر 40 میلی‌متری تحمل کند 329.12 نیوتن است که با کوچک شدن قطر حفره این اعداد برای حفره‌های 30 و 20 میلی‌متری، افزایش یافته و به ترتیب برابر 344.01 و 355.35

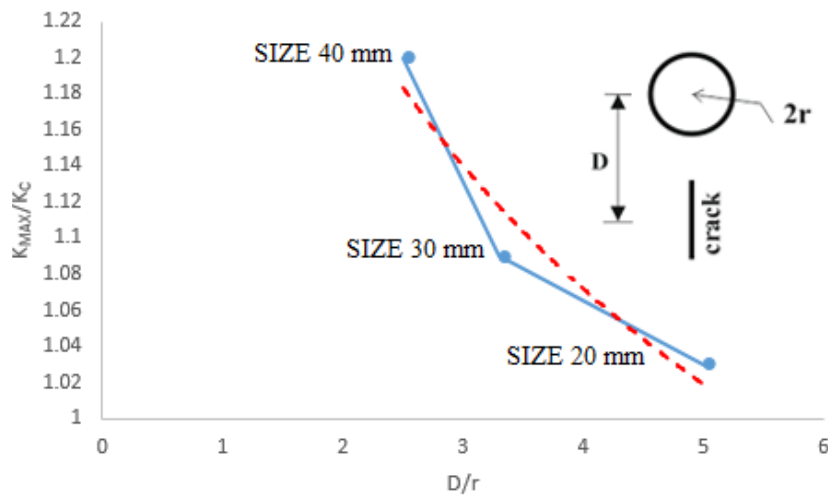
و برابر 1.02 است.

در ادامه برای مدل‌های نشان داده شده K_c محاسبه می‌شود. K_c به فاکتور شدت تنش در نوک ترک (در همان مدل) بدون حضور تخلخل اطلاق می‌شود و K_{max} همان‌طور که از قبل تعریف شد به فاکتور شدت تنش در نوک ترک در حضور تخلخل گفته می‌شود. از نسبت ضرایب شدت تنش بیان شده می‌توان به صورت دقیقی تاثیر تخلخل بر رشد ترک را منعکس کرد. طبق تعریف اگر نسبت K_{max}/K_c بزرگتر از یک باشد، حفره باعث تهییج بیشتر ترک، برای شروع و گسترش آن می‌شود که در اینجا این نوع حفرات را "تخلخل مخرب" می‌نامیم و اگر نسبت K_{max}/K_c کمتر از یک باشد، حفره مانع شروع و گسترش ترک می‌شود، که این نوع حفرات را "تخلخل مقاوم" می‌نامیم [۲۲].

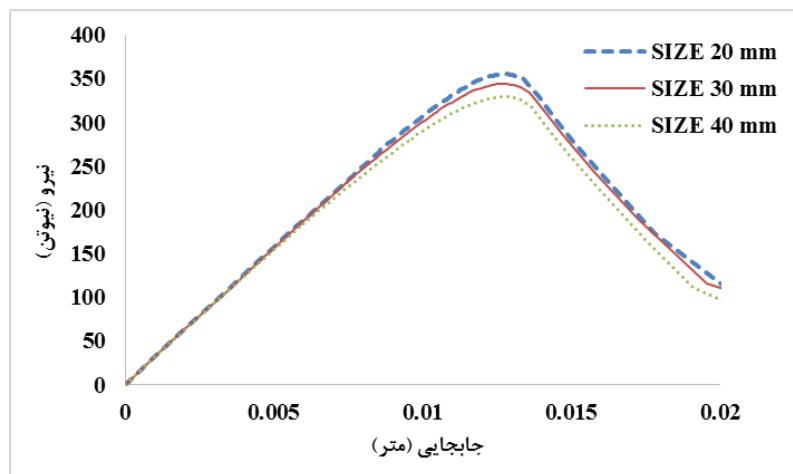
در شکل ۶ مقدار فاکتور شدت تنش برابر 0.99 است، بنابراین نسبت ضرایب شدت تنش (K_{max}/K_c) برای هر سه

می‌دهد. چنانچه مشخص است، با بزرگتر شدن قطر حفرات آثار تخریبی تخلخل بیشتر می‌شود و ترک اولیه در نمونه بیشتر اجازه رشد و گسترش پیدا می‌کند و در نتیجه سبب کاهش مقاومت سنگ می‌شود.

نیوتن می‌شوند. جدول ۲ تغییر پارامترهای رشد ترک با تغییر اندازه تخلخل‌ها را نشان می‌دهد: شکل ۹ میزان رشد ترک با تغییرات اندازه حفره را نشان



شکل ۷: نمودار نسبت ضرایب شدت تنش بر حسب نسبت D/r با تغییر اندازه حفرات



شکل ۸: نمودار نیرو- جابه‌جایی با تغییر اندازه حفرات

جدول ۲: مقایسه پارامترهای رشد ترک با تغییر اندازه حفرات

متغیر نمونه	$K_{max} (Mpa/\sqrt{m})$	تنش فون میسز (Mpa)	نیروی عکس‌العمل (N)	K_{max} / K_c
قطر ۴۰ میلی‌متر	۱,۱۹	۳,۲۵۷	۳۲۹,۱۲	۱,۲۰
قطر ۳۰ میلی‌متر	۱,۰۸	۲,۸۱۷	۳۴۴,۰۱	۱,۰۹
قطر ۲۰ میلی‌متر	۱,۰۲	۲,۶۵۹	۳۵۵,۳۵	۱,۰۳

۵- تاثیر شکل حفره بر رشد ترک

در بررسی اثر شکل حفره بر رشد ترک، دو پارامتر هندسه و زاویه قرارگیری، پارامترهای بسیار مهمی است و تاثیر بسیار زیادی بر نتایج توزیع تنش در نمونه‌های متخلخل دارند. از اینرو، در ادامه به صورت جداگانه این دو پارامتر ارزیابی شده‌اند تا تاثیر و اهمیت هر یک به خوبی نشان داده شود.

۵-۱- هندسه حفره

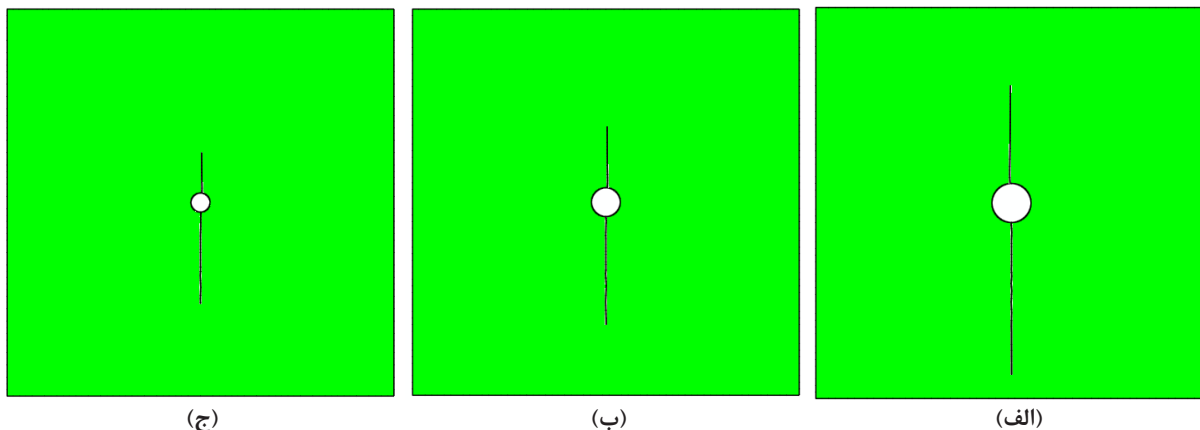
هندسه و شکل حفره تاثیر بسزایی بر رشد ترک در توده سنگ‌ها دارند. به دلیل تمرکز تنش در اطراف این تخلخل‌ها، ترک‌های کششی در اطراف این تخلخل‌ها ایجاد شده و باعث شکست نهایی می‌شوند، بنابراین مطالعه عددی این رفتارها اهمیت بالایی دارند، تا بتوان درک درستی از مکانیزم شکست در سنگ‌ها ارایه کرد. با توجه به بخش ۴ در بررسی تاثیر شکل تخلخل بر نحوه رشد ترک و در نهایت شکست نمونه، باید اشکال مختلف تخلخل اندازه‌های برابر داشته باشند تا بتوان مقایسه‌ای صحیح از تغییر شکل تخلخل و تاثیر آنها داشت. در واقعیت، توده سنگ‌ها تخلخل در اشکال مختلف و هندسه نامنظم دارند و غالباً تخلخل در این محیط‌ها، گوشه‌های تیز دارند و با اعمال بار در نوک این ناپیوستگی‌ها تمرکز تنش به وجود می‌آید. در صورت غلبه این تنش‌ها بر پارامترهای مقاومتی سنگ، ترک رشد کرده و به گسیختگی محیط منجر می‌شود. برای بررسی دقیق این تمرکز تنش‌ها، در این بخش علاوه بر شکل دایروی تخلخل که سطح مقطع یکنواخت دارد و در اکثر مطالعات مشابه، این نوع شکل برای معرفی تخلخل

استفاده می‌شود، از شکل بیضی به دلیل داشتن دو سطح مقطع کوچک و قابلیت چرخش در زوایای مختلف و همچنین از شکل مستطیل (گوشه دار) به دلیل داشتن گوشه‌تیز و زوایای حاده که تا حدودی نوک تیز اشکال متخلخل واقعی را به خوبی شبیه‌سازی می‌کند، مطابق شکل ۱۰ استفاده شده است. این شکل‌ها مرکز حفره در مرکز صفحه قرار دارد و حفرات اندازه یکسانی دارند.

با اعمال کشش ثابت و برابر به نمونه‌ها در هر سه نمونه، ترک شروع و گسترش می‌یابد. مطابق شکل ۱۱ در نمونه حاوی حفره مستطیلی شکل (گوشه‌دار)، ترک از گوشه‌های تیز حفره و در شکل‌های بیضی و دایره از بالا و پایین حفره رشد کرده است. همچنین طول ترک ایجاد شده در نمونه حاوی تخلخل دایره‌ای شکل بیشتر از بقیه بوده و تا نزدیکی مرکز نمونه سنگ گسترش یافته است، که با تغییر شکل حفره به بیضی و مستطیل، میزان گسترش ترک کاهش یافته است.

با توجه به شکل ۱۲ که میزان نیروی عکس‌العمل در برابر جابه‌جایی را نشان می‌دهد، نمونه دارای حفره مستطیلی شکل بیشترین مقاومت را در برابر بارهای وارده دارد و کمترین مقاومت متعلق به حفره دایره‌ای شکل است؛ به طوری که مقاومت بیشینه حفره مستطیل شکل 836.3 نیوتن و مقاومت بیشینه حفره دایره‌ای 777.3 نیوتن است.

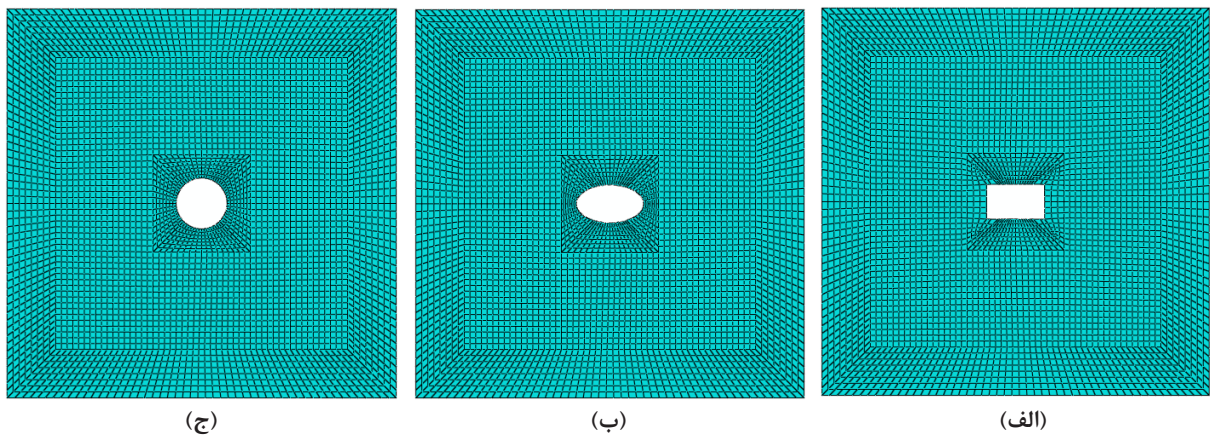
حال می‌توان با بررسی نحوه توزیع تنش در نمونه‌های یاد شده، تاثیر تغییر شکل حفره بر روند شکست نمونه را بهتر تحلیل کرد. شکل ۱۳ توزیع تنش با اعمال بار کششی را در نمونه‌های با اشکال مختلف حفره، نشان می‌دهد. در حفره با



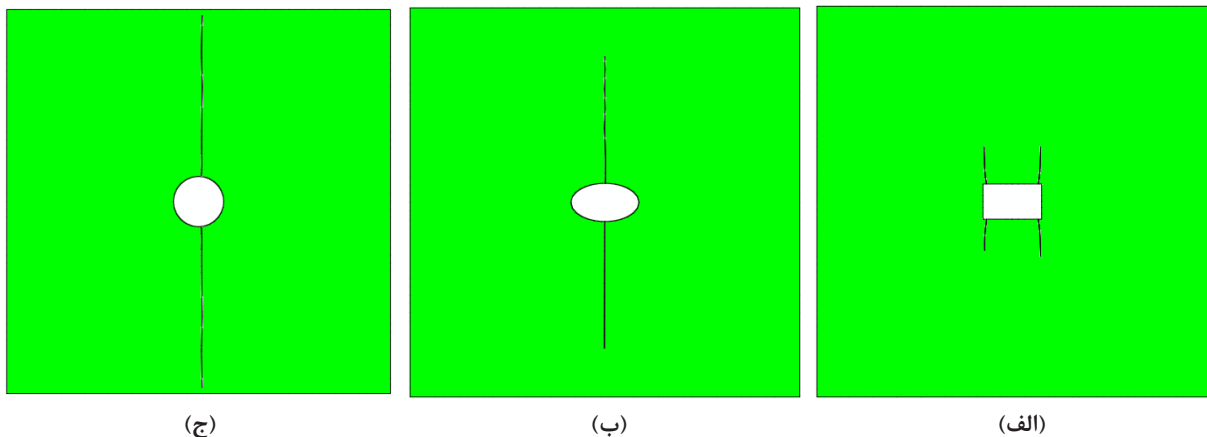
شکل ۹: میزان رشد ترک بر اثر تغییر اندازه تخلخل؛ (الف) نمونه اول ($2r=40\text{mm}$)، (ب) نمونه دوم ($2r=30\text{mm}$) و (ج) نمونه سوم ($2r=20\text{mm}$)

به بیضی (شکل ۱۳-ج)، تنش در بالا و پایین حفره و بیشتر به سمت راستای عمود بر مرکز حفره متمایل شده است و میزان تنش فون میسز به $1,008$ مگاپاسکال می‌رسد و در نهایت در حفره دایره‌ای شکل (شکل ۱۳-د) تنش در بالا و پایین حفره و کاملاً در راستای عمود بر مرکز حفره متمرکز است و تنش فون میسز، بیشترین مقدار که برابر با $1,029$ مگاپاسکال است را نشان می‌دهد، بنابراین از آنجایی که در سنگ‌های تحت بارگذاری کششی، جهت‌گیری ترک اولیه و شکست ماکروسکوپی عمود بر محور کشش است [۲۳]، هرچه تمرکز تنش در راستای عمود بر مرکز تخلخل بیشتر باشد، مقاومت بیشینه نمونه کاهش یافته و گسترش ترک در آن بیشتر می‌شود و گسیختگی زودتر اتفاق می‌افتد.

شکل مستطیل (شکل ۱۳-الف)، تنش در چهار گوشه تیز مستطیل متمرکز است، که بیشترین تنش فون میسز در زمان رشد ترک $0,885$ مگاپاسکال است. برای درک بیشتر و بهتر از شکل‌های دارای گوشه تیز، که بخش عمده‌ای از شکل تخلخل در نمونه‌های واقعی سنگ را تشکیل می‌دهند، با حفظ اندازه حفره، گوشه‌های تیز تخلخل مستطیل را در راستای مرکز حفره به یکدیگر نزدیک کرده به طوری که به شکل مربع تبدیل می‌شود (شکل ۱۳-ب). در چنین حالتی تنش فون میسز افزایش یافته و به مقدار $0,905$ مگاپاسکال می‌رسد. چنانچه در شکل ۱۳-ب مشاهده می‌شود، در حالت حفره مربعی، تمرکز تنش در سطوح بالا و پایینی حفره به صورت یکنواخت گسترش یافته است. با تغییر شکل حفره



شکل ۱۰: مدل‌های استفاده شده برای بررسی اشکال مختلف حفره؛ الف) مستطیل (گوشه‌دار)، ب) بیضی و ج) دایره

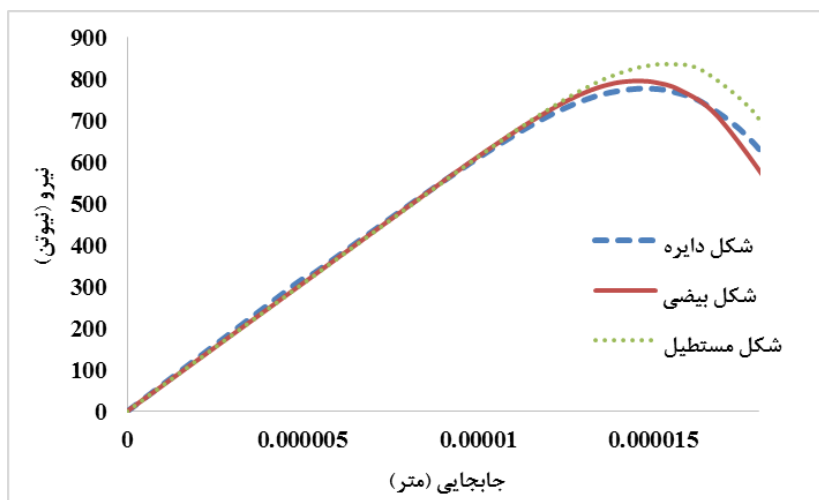


شکل ۱۱: میزان رشد ترک در نمونه‌های حاوی حفره با اشکال مختلف. الف) مستطیل (گوشه‌دار)، ب) بیضی و ج) دایره

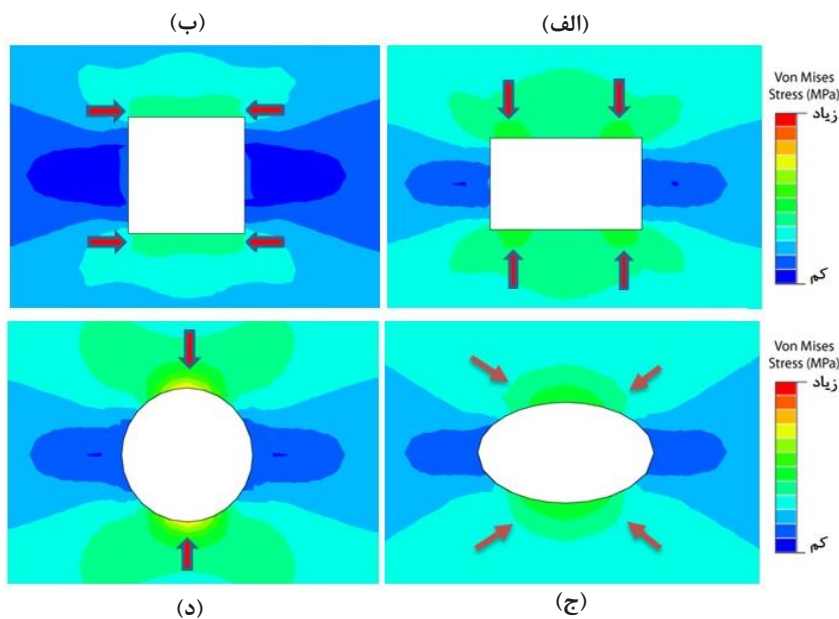
۵-۲- زاویه قرارگیری حفره

دست خوش تغییرات زیادی می‌شود. زاویه A برابر است با زاویه بین سطح افق با محور اصلی (بزرگتر) شکل تخلخل مورد نظر، که در شکل ۱۴ برای یک حفره مستطیلی شکل نشان داده شده است. با این تعریف، نتایج زاویه صفر درجه در بخش قبلی (بخش ۵-۱) ارایه شده است و در ادامه، به تغییرات شکل در زوایای ۴۵ و ۹۰ درجه پرداخته خواهد شد. شکل ۱۵- الف حفره مستطیلی شکل در زاویه $A=۴۵$ درجه

حفراتی که در بخش قبل بررسی شدند همگی در زوایای صفر درجه نسبت به محور افقی قرار داشتند. از آنجایی که تخلخل‌ها با اشکال متفاوت در محیط واقعی توده سنگ در زوایای مختلفی قرار می‌گیرند، بنابراین بررسی این پارامتر امری ضروری است. در شکل‌های ارایه شده با تغییر زاویه قرارگیری تخلخل‌های مستطیل و بیضی شکل، خواص مکانیکی نمونه



شکل ۱۲: نمودار نیرو- جابه‌جایی با تغییر شکل تخلخل

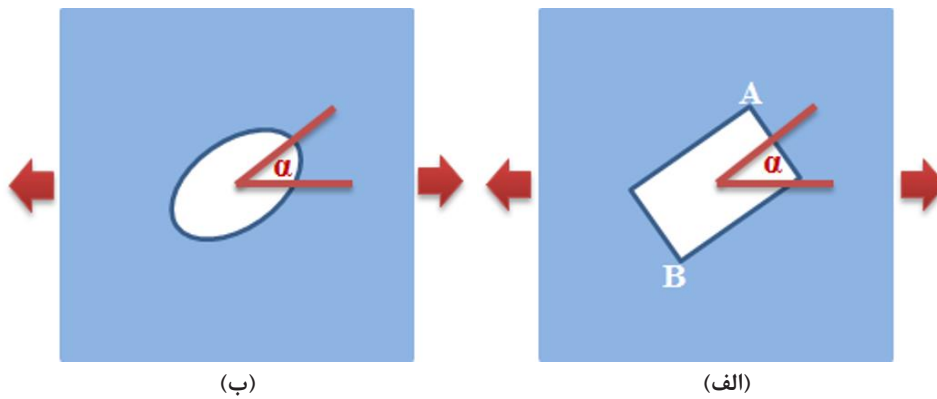


شکل ۱۳: تاثیر هندسه تخلخل بر توزیع تنش در نمونه‌های حاوی حفره با شکل الف (مستطیل، ب) مربع، ج) بیضی و د) دایره

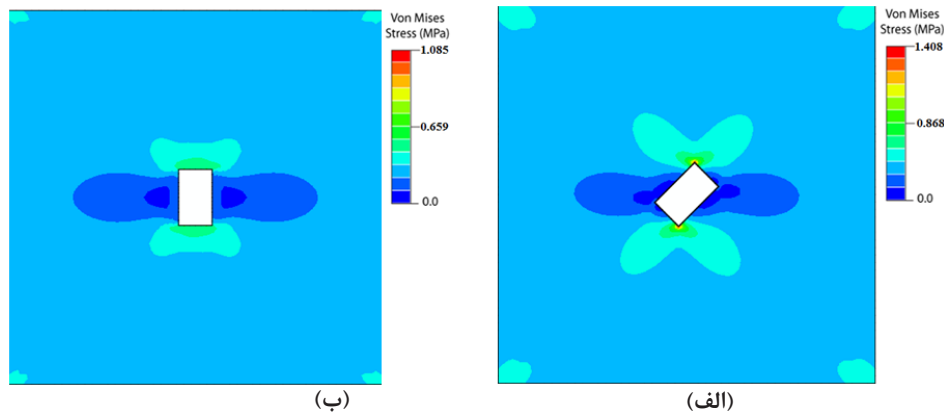
را نشان می‌دهد. در چنین حالتی، تمرکز تنش در دو نوک مستطیل که در راستای عمود بر مرکز حفره هستند (نقاط A و B روی شکل ۱۴-الف) بیشینه است. در این شرایط، مقدار تنش فون میسز $1,408$ مگاپاسکال و مقاومت بیشینه نمونه $719,6$ نیوتن است. این نتایج نشان می‌دهد که در مقایسه با حفره دایره‌ای شکل (شکل ۱۳-د در بخش ۱-۵)، مقدار تمرکز تنش بیشتر شده و در نتیجه، نمونه مقاومت کمتری از خود نشان می‌دهد. این امر بیانگر این موضوع است که در رابطه با اثر شکل تخلخل بر مقدار تمرکز تنش، زاویه قرارگیری نقش مهم‌تری نسبت به هندسه تخلخل داشته باشد. در شکل ۱۵-ب با افزایش زاویه به 90° در حفره مستطیل شکل، تنش در سطوح بالا و پایین حفره به صورت یکنواخت گسترش می‌یابد و این امر سبب کاهش تنش فون میسز می‌شود و مقدار آن به $1,085$ مگاپاسکال نزول یافته است. همچنین مقاومت

بیشینه نمونه بیشتر از نمونه قبلی و برابر با $759,3$ نیوتن است. با این حال، مقاومت بیشینه در این نمونه، هنوز کمتر از نمونه با حفره دایره‌ای است که اهمیت پارامتر زاویه قرارگیری در میزان تمرکز تنش را نشان می‌دهد.

شکل ۱۶-الف حفره بیضی شکل در زاویه $A=45^\circ$ درجه را نشان می‌دهد. در چنین حالتی تنش در دو نوک بیضی متمرکز شده که مقدار تنش فون میسز برابر با $1,093$ مگاپاسکال است. که از مقدار حفره مستطیل شکل در زاویه مشابه کمتر است. همچنین مقاومت بیشینه نمونه $744,4$ نیوتن است، بنابراین این نمونه در مقایسه با نمونه با حفره مستطیل شکل در زاویه 45° درجه، مقاوم‌تر است. باید توجه داشت وقتی که مستطیل در زاویه 45° درجه قرار دارد، نقطه A در شکل ۱۴-الف با محور افقی زاویه $76,2^\circ$ درجه دارد. از آنجایی که طبق نتایج، مشخص شد که نوک تیز تخلخل و راستای قرارگیری آن نسبت به



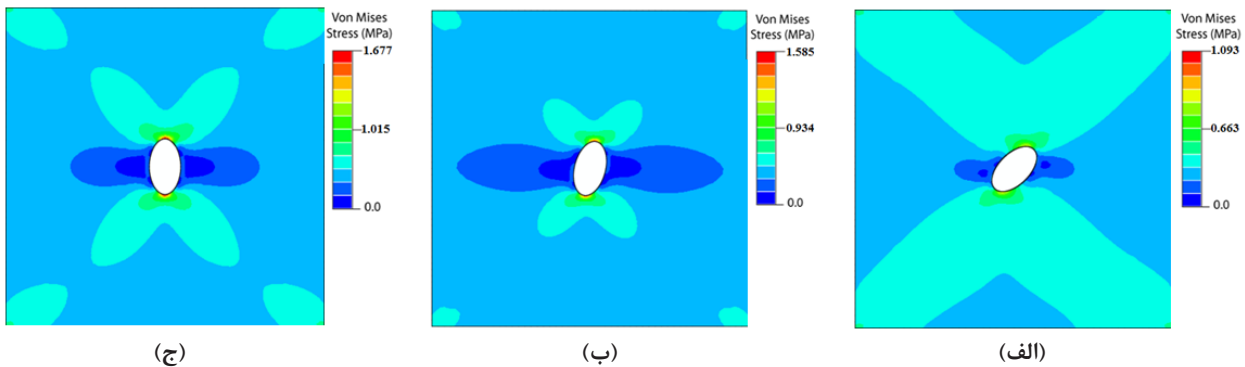
شکل ۱۴: معرفی زاویه A در الف) حفره مستطیلی (گوشه‌دار) و ب) حفره بیضی



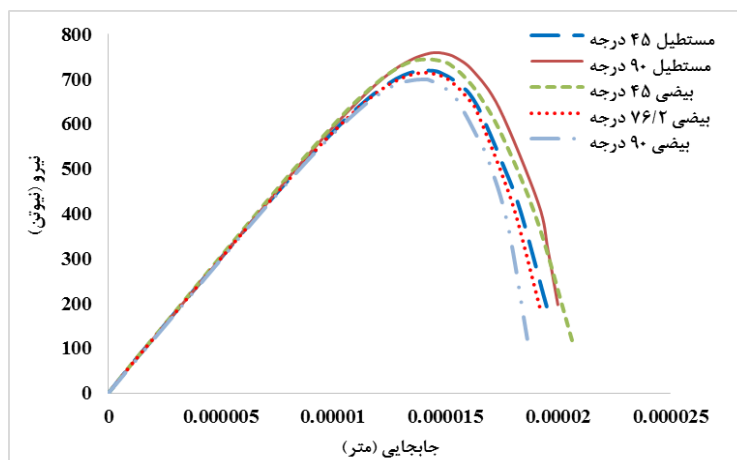
شکل ۱۵: تاثیر زاویه قرارگیری بر توزیع تنش در حفره مستطیلی شکل (گوشه‌دار) با زاویه‌ی الف) 45° و ب) 90° درجه

اما علت این نتیجه، به نحوه توزیع تنش در این نمونه‌ها مربوط است. در حفره مستطیلی شکل، انحراف تنش به سمت دو نوک تیز دیگر (به جز نقطه A و B) موجب کمتر شدن مقدار تمرکز تنش در نقاط A و B شده است. در شکل ۱۶-ج زاویه حفره بیضی شکل ۹۰ درجه است. همان‌طور که مشاهده می‌شود تنش در دو نوک بیضی به صورت فزاینده‌ای افزایش یافته و در این نقاط متمرکز است، به طوری که تنش فون میسز بیشترین مقدار خود را که ۱٫۶۷۷ مگاپاسکال است، نشان می‌دهد. در این نمونه، مقاومت بیشینه به کمترین مقدار ممکن یعنی ۶۹۹٫۷ نیوتن رسیده است. مقایسه این نمونه با نمونه شکل ۱۵-ب نیز نشان‌دهنده، مخرب‌تر بودن حفره بیضی شکل در مقابل حفره مستطیل شکل در زاویه قرارگیری ۹۰ درجه، است. در شکل ۱۷ نمودار نیروی عکس‌العمل در برابر جابه‌جایی نمونه‌های بخش ۵-۲ آورده شده است.

مرکز تخلخل، به شدت بر روی خواص مکانیکی تاثیر دارد، بنابراین برای مقایسه بهتر، تخلخل بیضی شکل در زاویه ۷۶٫۲ درجه مطابق شکل ۱۶-ب نیز مدلسازی شده است. در این حالت، تنش در دو نوک بیضی تمرکز و مقداری برابر با ۱٫۵۸۵ مگاپاسکال دارد که این مقدار از تنش در نمونه با تخلخل مستطیل شکل در زاویه ۴۵ درجه بیشتر است. همچنین مقاومت بیشینه مربوط به این نمونه، ۷۱۴٫۷ نیوتن است که این میزان نشان‌دهنده کاهش مقاومت در مقایسه با مستطیل مایل است، بنابراین هرچقدر نوک تیز تخلخل در راستای عمود بر مرکز تخلخل قرار گیرد، تنش فون میسز افزایش و مقاومت بیشینه کاهش می‌یابد. در زاویه برابر، وقتی که نوک تیز مستطیل و بیضی در یک راستا باشند و اندازه‌های یکسان داشته باشند، حفره به شکل بیضی مخرب‌تر از حفره به شکل مستطیل است. در نگاه اول، این نتیجه شاید عجیب به نظر آید



شکل ۱۶: تاثیر زاویه قرارگیری بر توزیع تنش در حفره بیضی شکل با زاویه الف (۴۵، ب) ۷۶٫۲ و ج) ۹۰ درجه



شکل ۱۷: نمودار نیرو- جابه‌جایی با تغییر زاویه اشکال مختلف تخلخل

می توان نتایج را در حالتی که زاویه α تغییر می کند هم تعمیم داد و رفتار این حفرات را در زوایای ۴۵ و ۹۰ درجه، پیش بینی کرد. در شکل ۱۸ حفرات مقابل نوک ترک قرار دارند. مرکز ترک اولیه در مرکز نمونه قرار دارد و طول آن ثابت و برابر با ۱۰۰ میلی متر است. همچنین فاصله مرکز ترک تا مرکز حفره، ۲۰۰ میلی متر و اندازه آن در هر سه شکل مختلف، برابر در نظر گرفته شده است.

در شکل ۱۹ نتایج فاکتور شدت تنش (K_{max}) برای هر نمونه آورده شده است. در شکل ۱۹-الف توزیع تنش بین ترک و حفره دایره ای شکل دیده می شود. با توجه به این شکل، مشخص است که اندرکنش بین ترک و حفره قابل توجه و تنش بین دو نوک ترک و تخلخل متمرکز است. همچنین با توجه به نمودار توزیع تنش فون میسر، بیشترین تنش ممکن در نوک ترک ۰٫۶۴۰ مگاپاسکال است. همچنین مقدار فاکتور شدت تنش در این نمونه برابر با ۱٫۳۶ است. وقتی

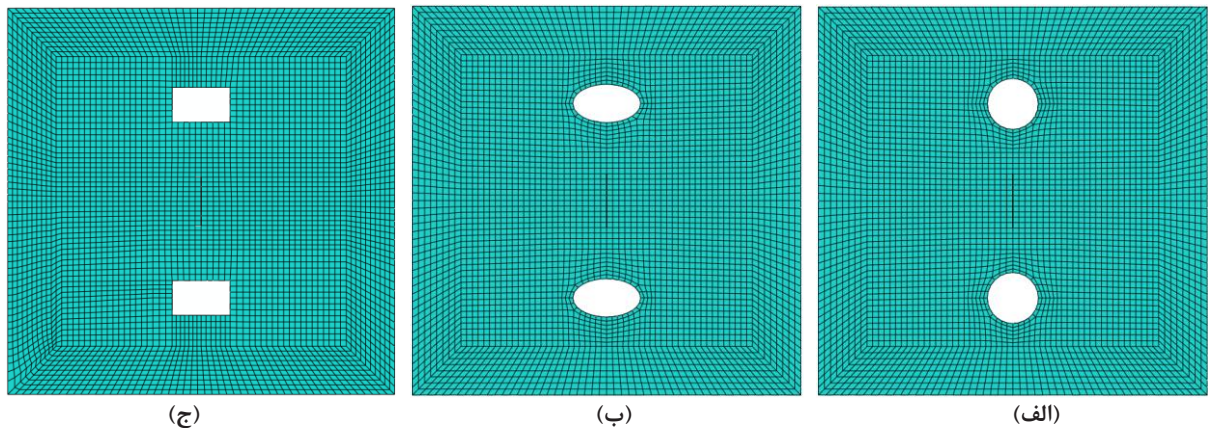
جدول ۳ به طور کلی پارامترهای رشد ترک، با تغییرات شکل حفره در اندازه های برابر را نشان می دهد. همان طور که در این جدول دیده می شود، نمونه حاوی حفره مستطیلی شکل در زاویه قرارگیری صفر درجه، مقاوم ترین نمونه و نمونه حاوی حفره بیضی شکل در زاویه قرارگیری ۹۰ درجه، ضعیف ترین نمونه را نشان می دهند.

۶- تاثیر مکان قرارگیری حفره بر رشد ترک

در این بخش برای درک مقدماتی از محیط پیچیده و واقعی سنگ، به تاثیر مکان قرارگیری تخلخل بر ترک اولیه پرداخته شده است. بدین منظور از حفرات بخش ۵-۱ و بخش ۲-۵، شکل مستطیل افقی، بیضی افقی و دایره استفاده شده است و تاثیر آن ها وقتی که تخلخل مقابل و کنار ترک اولیه قرار دارد، بررسی می شود. دلیل استفاده از حفره با شکل مستطیل افقی و بیضی افقی این است که با توجه به نتایج بخش قبل (بخش ۵)،

جدول ۳: مقایسه پارامترهای رشد ترک با تغییر هندسه و زاویه قرارگیری حفره

شکل حفره	زاویه قرارگیری حفره (درجه)	حداکثر تنش فون میسر (MPa)	نیروی عکس العمل (N)
مستطیل	صفر	۰٫۸۸۵	۸۳۶٫۳
	۴۵	۱٫۴۰۸	۷۱۹٫۶
	۹۰	۱٫۰۸۵	۷۵۹٫۳
دایره	-	۱٫۰۲۹	۷۷۷٫۳
بیضی	صفر	۱٫۰۰۸	۷۹۵٫۸
	۴۵	۱٫۰۹۳	۷۴۴٫۴
	۷۶٫۲	۱٫۵۸۵	۷۱۴٫۷
	۹۰	۱٫۶۷۷	۶۹۹٫۷

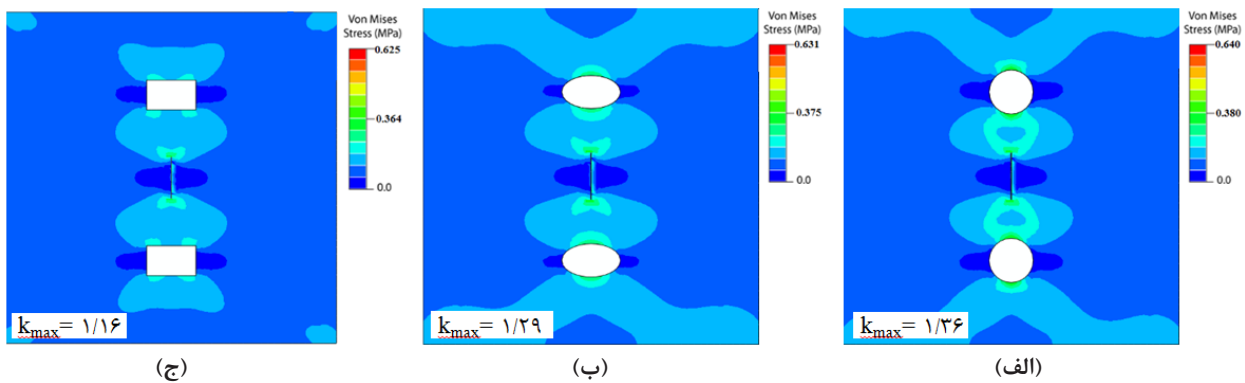


شکل ۱۸: شکل های مختلف حفره مقابل ترک اولیه؛ الف) دایره، ب) بیضی و ج) مستطیل (گوشه دار)

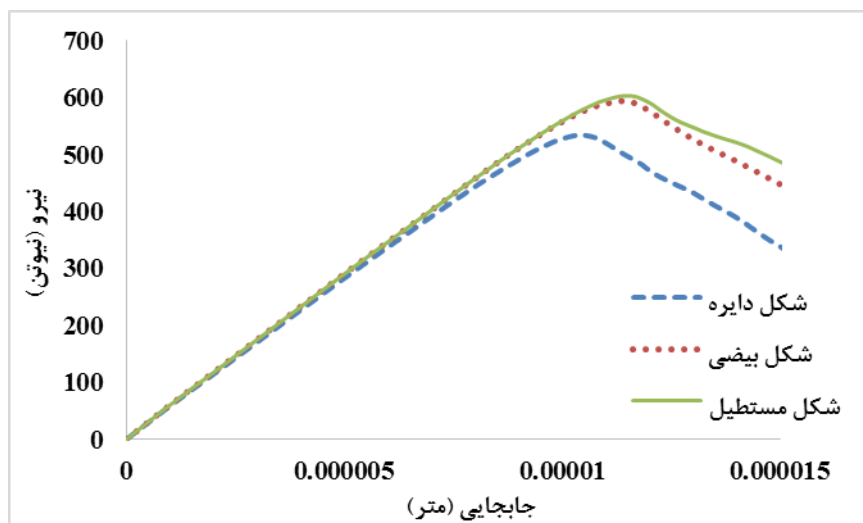
که تنش فون میسز به 0.625 مگاپاسکال و مقدار فاکتور شدت تنش به $1/16$ کاهش می‌یابد.

در شکل ۲۰ برای هر سه نمونه، نمودار نیروی عکس‌العمل در برابر جابه‌جایی آورده شده است. با توجه به این شکل، مشخص است که حفره مستطیلی شکل مقاومت بیشتری در برابر شروع و گسترش ترک دارد و با تغییر شکل حفره به بیضی و دایره، نیروی عکس‌العمل کاهش می‌یابد. بیشترین نیرویی که تا قبل از گسیختگی، نمونه با حفره مستطیلی شکل تحمل می‌کند، 603.5 نیوتن است که با تغییر شکل حفره به بیضی و دایره، این مقدار کاهش یافته و به ترتیب برابر با 594.2 و 534.2 نیوتن می‌شود. در شکل ۲۱ حفرات در جوانب ترک قرار دارند. مرکز ترک اولیه

که حفره از دایره به بیضی تغییر شکل پیدا می‌کند، توزیع تنش بین دو نوک ترک و تخلخل نسبت به قبل کمتر شده و تنش عمدتاً روی نوک ترک و سطوح حفره تمرکز دارد. همان‌گونه که در شکل ۱۹-ب نشان داده شده است، طبق نمودار تنش فون میسز، در این شرایط، حداکثر تنش ممکن در نوک ترک به 0.631 مگاپاسکال و مقدار فاکتور شدت تنش به $1/29$ می‌رسد. شکل ۱۹-ج مربوط به حفره مستطیلی شکل (گوشه‌دار) است. همان‌طور که در این شکل دیده می‌شود، در این نمونه توزیع تنش بین ترک و تخلخل به طور قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌یابد، به طوری که تنش در چهار گوشه تیز مستطیل و نوک ترک متمرکز است. تنش در این نمونه، در مقایسه با نمونه حاوی حفره بیضی شکل، کمتر شده به نحوی



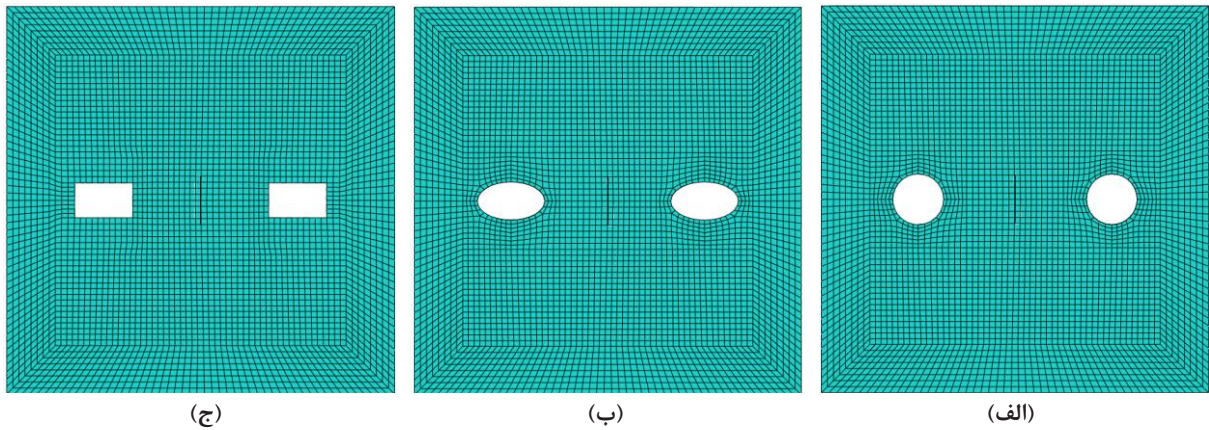
شکل ۱۹: توزیع تنش در شکل‌های مختلف حفره: الف) دایره، ب) بیضی و ج) مستطیل (حفرات در مقابل ترک اولیه قرار دارند)



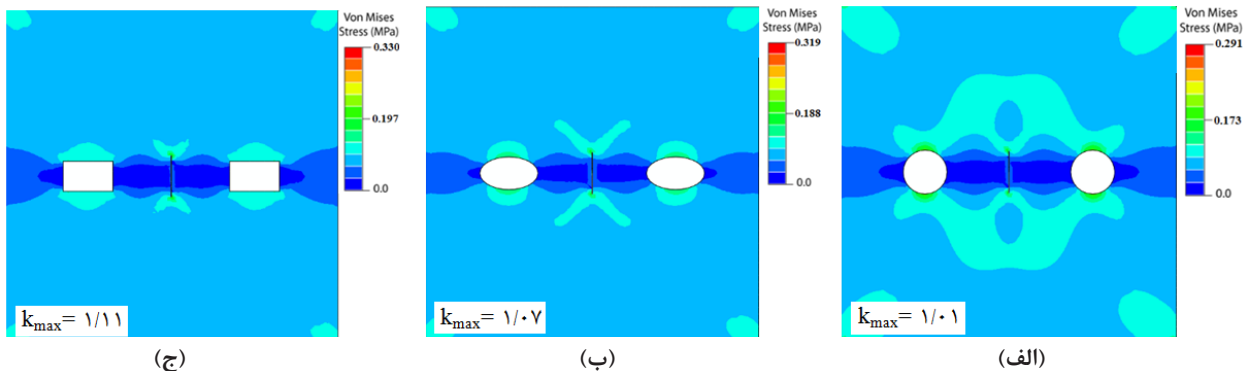
شکل ۲۰: نمودار نیرو- جابه‌جایی با تغییر شکل حفره مقابل ترک

همچنان توزیع تنش به سمت تخلخل متمایل است ولی اندرکنش بین دو نوک ترک و تخلخلها کاهش پیدا کرده است. این امر سبب افزایش تنش در نوک ترک نسبت به حالت قبل می‌شود به طوری که تنش فون میسز نسبت به حالت قبل افزایش یافته و به عدد 0.319 مگاپاسکال می‌رسد و همچنین فاکتور شدت تنش هم بیشتر می‌شود و برابر 1.07 است. در شکل ۲۲-ج حفره به شکل مستطیل (گوشه‌دار) است. در این حالت، فعل و انفعالات بین دو نوک ترک و حفره به کمترین میزان خود رسیده است و توزیع تنش روی سطوح حفره و به ویژه در نوک ترک شدت دارد. این موضوع سبب افزایش فاکتور شدت تنش و تنش فون میسز خواهد شد و همان‌طور که ملاحظه می‌شود، تنش فون میسز برابر 0.330 مگاپاسکال و فاکتور شدت تنش برابر 1.11 است.

در مرکز نمونه قرار دارد و طول آن ثابت و برابر با 100 میلی‌متر است. همچنین فاصله مرکز ترک تا مرکز حفره 200 میلی‌متر و اندازه حفره در هر سه شکل مختلف، برابر است. در شکل ۲۲ چگونگی توزیع تنش و فاکتور شدت تنش برای هر نمونه با تغییر شکل حفره آورده شده است. همان‌طور که در این شکل دیده می‌شود، نحوه توزیع تنش‌ها با یکدیگر کاملاً متفاوتند. شکل ۲۲-الف توزیع تنش بین ترک و حفره دایره‌ای شکل را نشان می‌دهد. واضح است که تخلخل به طور قابل توجهی بر تنش نوک ترک تاثیرگذار است و توزیع تنش از دو راس ترک را به سمت خود منحرف کرده است. در این شرایط، تنش تماماً بین تخلخل و جوانب ترک اولیه متمرکز شده است. در این حالت، تنش فون میسز 0.291 مگاپاسکال و فاکتور شدت تنش برابر 1.01 است. در شکل ۲۲-ب حفره از دایره به بیضی تغییر شکل پیدا می‌کند. در این شرایط،



شکل ۲۱: شکل‌های مختلف حفره در جوانب ترک اولیه؛ (الف) دایره، (ب) بیضی و (ج) مستطیل (گوشه‌دار)



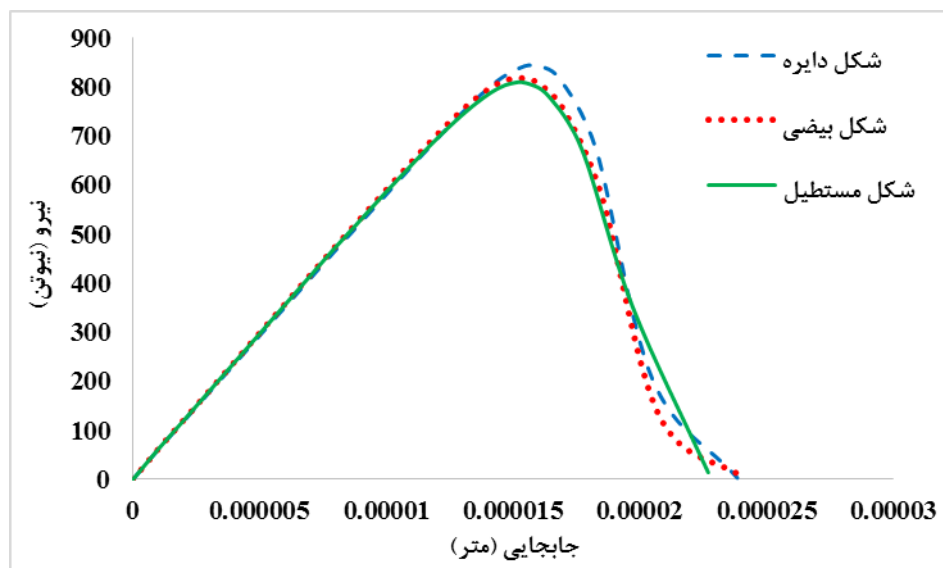
شکل ۲۲: توزیع تنش در شکل‌های مختلف حفره؛ (الف) دایره، (ب) بیضی و (ج) مستطیل (حفرات در جوانب ترک اولیه قرار دارند)

در شکل ۲۳ نیروی عکس‌عملی در برابر جابه‌جایی برای هر سه نمونه شکل ۲۱ رسم شده است. طبق نمودار، حفره دایره‌ای شکل در برابر گسیختگی مقاومت بیشتری دارد، به طوری که در این حالت بیشترین نیرویی که نمونه می‌تواند تا قبل از گسیختگی تحمل کند، برابر ۸۴۴٫۳ نیوتن است. میزان مقاومت نمونه در برابر گسیختگی، با تغییر شکل به بیضی و مستطیل کاهش یافته و به ترتیب برابر ۸۱۸٫۵ و ۸۰۸٫۶ نیوتن است.

جدول ۴ در یک نگاه پارامترهای مربوط به رشد ترک با تغییر مکان قرارگیری اشکال مختلف حفره در اندازه‌های برابر را نشان می‌دهد:

با توجه به نتایج بخش ۵، در نمونه‌های بدون حضور ترک اولیه، حفره دایره‌ای شکل در مقایسه با بیضی و مستطیل

افقی، حفره مخرب‌تری بود. اگر حفرات یاد شده در مقابل نوک ترک قرار گیرند، همچنان حفره دایره‌ای مخرب‌ترین نوع تخلخل و حفره مستطیلی شکل مقاوم‌ترین هستند (سطر سبز رنگ در جدول ۴)، اما زمانی که حفرات در جوانب ترک قرار گیرند، در چنین شرایطی عملکرد تخلخل کاملاً تغییر کرده و مخرب‌ترین تخلخل به مقاوم‌ترین تخلخل تبدیل می‌شود؛ به طوری که حفره دایره‌ای شکل در کنار ترک، کمترین آثار تخریبی را خواهد داشت (سطر قرمز رنگ در جدول ۴). با تبدیل حفره دایره‌ای به بیضی و مستطیل، از مقاومت نمونه کاسته شده و نمونه زودتر دچار گسیختگی می‌گردد، بنابراین با توجه به نتایج به دست آمده در خصوص بیضی و مستطیل که قابلیت قرارگیری در زوایای α مختلف را دارند می‌توان گفت، در صورت قرارگیری حفره بیضی شکل در مقابل نوک



شکل ۲۳: نمودار نیرو- جابه‌جایی با تغییر شکل حفره در جوانب ترک

جدول ۴: مقایسه پارامترهای رشد ترک با تغییر مکان قرارگیری اشکال مختلف حفره در اندازه‌های برابر

شکل حفره	مکان قرارگیری حفره	$K_{max} (Mpa/\sqrt{m})$	تنش فون میسز (MPa)	نیروی عکس‌العمل (N)
دایره	مقابل ترک	۱٫۳۶	۰٫۶۴۰	۵۳۴٫۳
	کنار ترک	۱٫۰۱	۰٫۲۹۱	۸۴۴٫۳
بیضی	مقابل ترک	۱٫۲۹	۰٫۶۳۱	۵۹۴٫۲
	کنار ترک	۱٫۰۷	۰٫۳۱۹	۸۱۸٫۵
مستطیل	مقابل ترک	۱٫۱۶	۰٫۶۲۵	۶۰۳٫۵
	کنار ترک	۱٫۱۱	۰٫۳۳۰	۸۰۸٫۶

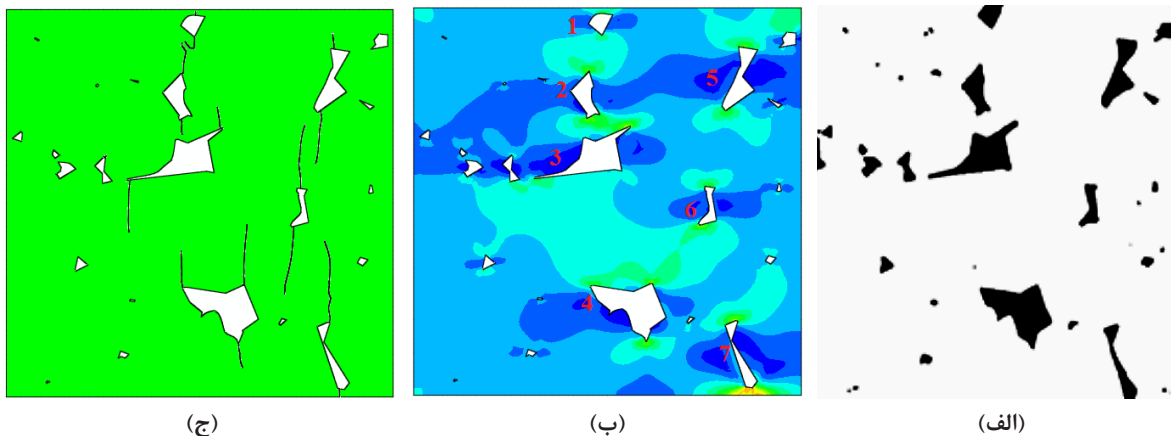
برده شده و مدت زمان طولانی آنالیز و ارایه نتایج به وسیله نرم افزار از مشکلات مدل های سه بعدی است. در این پژوهش سعی شده است تا اندازه بعد سوم در مقایسه با سایر ابعاد ناچیز باشد تا از هزینه های محاسباتی بالا کاسته شود و محققان را در رسیدن هرچه سریعتر به جواب یاری دهد. در این حالت تنش صفحه ای در نمونه حکمفرما است و بنابراین المان ها از خانواده تنش صفحه ای هستند و از ۷۴۶۱ تعداد المان ۸ گره ای، جهت شبیه سازی استفاده شده است. نمونه تحت جابه جایی ۱۰ میلی متر در راستای افقی قرار گرفته و جابه جایی به صورت یکنواخت اعمال شده است. همچنین درجه آزادی جابه جایی در راستای Y و Z و درجه آزادی چرخشی در راستای X برابر با صفر است. در این مدل سازی از معیار حداکثر تنش اصلی، به عنوان معیار شکست استفاده و رفتار بعد از شکست نمونه، به صورت انرژی تعریف شد. در این مدل، تحلیل از نوع استاتیکی و به صورت غیرخطی است. خواص ماسه سنگ در جدول ۵ آمده است.

در شکل ۲۴-ب نحوه توزیع تنش آورده شده است. همان طور که مشاهده می شود تخریفات بزرگتر نقش اساسی در نمونه دارند، زیرا تنش در آن ها بسیار بالا است. همچنین تمرکز تنش در گوشه های تیز تخریفات وجود دارد به طوری که با توجه به شکل ۲۴-ج پس از اعمال جابه جایی، شکست در تخریفات بزرگتر اتفاق افتاده است و بنابراین می توان از ریز تخریفات تا حد زیادی چشمپوشی کرد. از این نتایج می توان دریافت که اندازه تخریفات، تأثیر زیادی بر میزان تمرکز تنش و در نتیجه مسیر رشد ترک دارد، اما پارامترهای دیگر

ترک، با افزایش زاویه α مقاومت نمونه کاهش می یابد و اگر در کنار ترک قرار گیرد، با افزایش زاویه α مقاومت نمونه افزایش می یابد. همچنین در صورت قرارگیری حفره مستطیلی شکل در مقابل نوک ترک، با افزایش زاویه α بسته به اینکه چقدر نوک تیز حفره در راستای عمود بر مرکز نمونه باشد، مقاومت نمونه کاهش می یابد و به همین ترتیب اگر این نوع حفره در کنار ترک واقع شود، سبب افزایش مقاومت خواهد شد.

۷- مدل سازی رشد ترک در محیط واقعی سنگ متخلخل

برای مدل سازی رشد ترک در محیط واقعی سنگ، مطابق شکل ۲۴-الف از تصویر مربوط به ماسه سنگ فونتنبلو^{۱۲} که برای مطالعات فیزیک سنگ استفاده می شوند، بهره گرفته شد. ماسه سنگ فونتنبلو به طور عمده شامل دانه های ماسه ای کوارتز است. تخلخل اندازه گیری شده در آزمایشگاه ۱۵٫۲٪ و تراوایی آن در حدود ۱۱۰۰ میلی داری است. مجموعه تصاویر ماسه سنگ فونتنبلو، توسط شرکت اکسون موبیل تهیه شده است. تصویر سه بعدی میکرو-سی-تی اسکن این نمونه، شامل ۱۰۲۴ تصویر دو بعدی با اندازه ۱۰۲۴×۱۰۲۴ پیکسل و اندازه ۷٫۵ میکرومتر برای هر پیکسل است [۲۴]. در شکل ۲۴-الف، نواحی سیاه رنگ نشان دهنده شکل و اندازه تخریفات است. هندسه مدل نمونه مورد نظر در نرم افزار آباکوس ساخته شده است. هندسه مدل ساخته شده در مدل سازی عددی برای ماسه سنگ به صورت سه بعدی و طول و عرض و ضخامت نمونه به ترتیب ۸۰، ۸۰ و ۱ میلی متر است. پیچیدگی بخش بندی در روش اجزا محدود توسعه یافته، تعداد مش های بالای به کار



شکل ۲۴: الف) تصویر میکروسکوپی ماسه سنگ فونتنبلو [۱۸]، ب) توزیع تنش و ج) مسیر رشد ترک ها در نمونه

هم بی تاثیر نبوده‌اند.

طول ترک‌های ایجاد شده به وسیله تخلخل‌های ۵، ۶ و ۷ از تخلخل‌های ۳ و ۴ که اندازه بزرگتری هم دارند، بیشتر است که دلیل آن با توجه به بخش (۵-۲) شکل معادل‌سازی شده و زاویه قرارگیری این نوع از تخلخل‌ها است که به زاویه ۹۰ درجه نزدیک هستند. شکل ۲۵، نحوه معادل‌سازی تخلخل‌های موجود و مدل ساده شده نهایی را نشان می‌دهد.

استفاده از این روش و معادل‌سازی تخلخل‌های واقعی با اشکال هندسی ساده، نقش اساسی در درک بهتر پدیده رشد ترک در مواد ترد و همچنین فرآیندهایی مانند شکست هیدرولیک ایجاد می‌کند.

۸- نتیجه‌گیری

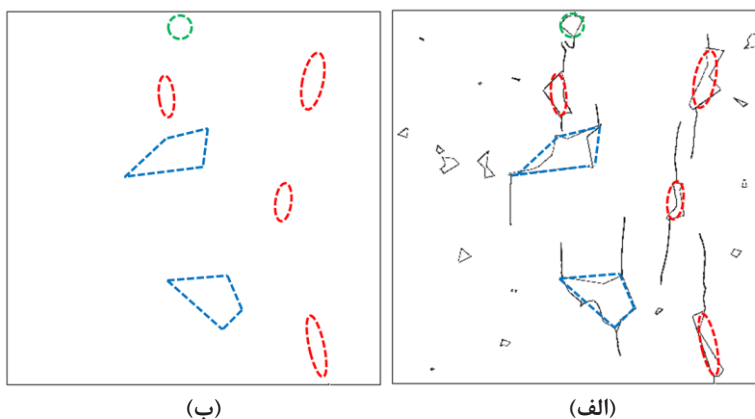
در این مقاله به مدلسازی عددی تاثیر اندازه، شکل و نحوه قرارگیری تخلخل در رشد ترک با استفاده از روش XFEM پرداخته شد که با استفاده از اطلاعات به دست آمده، می‌توان به نتایج زیر دست یافت:

- ✓ هرچه اندازه تخلخل بزرگتر باشد، فاکتور شدت تنش نوک ترک و تنش فون میسر بیشتر می‌شود.
- ✓ با افزایش اندازه تخلخل، حداکثر نیرویی که نمونه تا قبل از گسیختگی می‌تواند تحمل کند کمتر می‌شود و تخلخل اثر تخریبی بیشتری دارد.

همان‌طور که قبلاً اشاره شد، ترک از نوک تیز تخلخل‌ها شروع و گسترش یافته است. تخلخل شماره ۱ (به اعداد داخل شکل ۲۴-ب مراجعه شود) را می‌توان یک حفره دایره‌ای کوچک در نظر گرفت که با توجه به نزدیکی به لبه نمونه و تخلخل‌های اطرافش، نقش کوچکی در مسیر رشد ترک ایفا کرده است. علاوه بر این، گوشه‌های تیز بالا و پایین تخلخل‌های شماره ۲، ۵، ۶ و ۷ تقریباً در راستای عمود بر مرکز تخلخل‌اند و زاویه قرارگیری آن‌ها به زاویه قائمه نزدیک است. در این تخلخل‌ها، با توجه به اینکه سطوح دیگر تخلخل، نقشی در رشد ترک نداشته‌اند، می‌توان از شکل بیضی با زاویه حدود ۹۰ درجه برای مدلسازی آنها استفاده کرد. تخلخل‌های شماره ۳ و ۴، به دلیل بزرگی و داشتن نقاط نوک تیز، تاثیر زیادی بر مسیر رشد ترک داشته‌اند و از حفرات چهارگوش (شبه مستطیلی) می‌توان برای مدلسازی آنها استفاده کرد. در این نمونه تخلخل‌ها به صورت عمودی و زیر یکدیگر قرار گرفته‌اند و از آنجا که رشد ترک عمود بر محور کشش است، این عامل سبب می‌شود تا مطابق با بخش ۶ بهم پیوستگی ترک‌های ایجاد شده راحت‌تر رخ دهد و نمونه زودتر گسسته شود. هرچقدر زاویه قرارگیری تخلخل‌ها نسبت به یکدیگر، به زاویه قائمه نزدیک باشد از مقاومت بیشینه نمونه کاسته می‌شود [۲۷]. همچنین باید توجه کرد

جدول ۵: خواص ماسه سنگ [۲۶، ۲۵]

چگالی (Kg/m ³)	انرژی شکست (j/m ²)	مدول یانگ (GPa)	ضریب پواسون	K _{1c} (MPa/m ^{1/2})
۲۳۰۰	۱۱/۱	۳۹/۶	۰/۱۳	۰/۶۷



شکل ۲۵: الف) معادل‌سازی تخلخل‌های موجود با اشکال هندسی ساده، ب) نمونه ساده شده نهایی (بدون تخلخل‌های ریز)

- Petroleum Science and Engineering, 70: 266-272.
- [5] Shimizu, H., Murata, S., and Ishida, T. (2011). "The distinct element analysis for hydraulic fracturing in hard rock considering fluid viscosity and particle size distribution". International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 48: 712-727.
- [6] Jianchun, G., Xing, Z., Haiyan, Z., Xudong, Z., and Rui, P. (2015). "Numerical simulation of interaction of hydraulic fracture and natural fracture based on the cohesive zone finite element method". Journal of Natural Gas Science and Engineering, 25: 180-188.
- [7] Beugelsdijk, L. J. L., De Pater, C. J., and Sato, K. (2000). "Experimental hydraulic fracture propagation in multi-fractured medium". SPE 59419, Presented at the SPE Asia Pacific Conference on Integrated Modeling, Yokohama, 25-26 April.
- [8] Wu, H., Zhao, G., and Liang, W. (2020). "Mechanical properties and fracture characteristics of pre-holed rocks subjected to uniaxial loading: A comparative analysis of five hole shapes". Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 105: 102433.
- [9] Zeng, W., Yang, S., and Tian, W. (2018). "Experimental and numerical investigation of brittle sandstone specimens containing different shapes of holes under uniaxial compression". Engineering Fracture Mechanics, DOI: org/10.1016/j.engfracmech.2018.08.016.
- [10] Rezaezhad, M., Lajevardi, S. A., and Karimpouli, S. (2019). "Effects of pore-crack relative location on crack propagation in porous media using XFEM method". Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 103(April): 102241.
- [11] Rezaezhad, M., Lajevardi, S. A., and Karimpouli, S. (2020). "Effects of pore(s)-crack locations and arrangements on crack growth modeling in porous media". Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 107: 102529.
- [12] Grigoriu, M., Saif, M. T. A., Borgi, S., and Ingraffea, A. R. (1990). "Mixed mode fracture initiation and trajectory prediction under random stresses". International Journal of Fracture, 45: 19-34.
- [13] Asadpoure, A., Mohammadi, S., and Vafai, A. (2006). "Crack analysis in orthotropic media using the extended finite element method". Thin-Walled Structures, 44: 1031-1038.
- [14] Wang, H. (2015). "Numerical modeling of non-planar hydraulic fracture propagation in brittle and ductile rocks using XFEM with cohesive zone method". Journal of Petroleum Science and Engineering, 135: 127-140.
- [15] Rezaezhad, M., Lajevardi, S. A., and Karimpouli, S. ✓ در صورت برابر بودن اندازه تخلخل‌ها، تخلخل دایره‌ای شکل از مستطیل و بیضی افقی (صفر درجه) مخرب‌تر است و سبب کاهش مقاومت بیشینه نمونه می‌شود. ✓ در تخلخل‌های بیضی شکل با افزایش زاویه (از صفر به ۹۰ درجه) تنش فون میسر افزایش می‌یابد و مقاومت بیشینه کاهش پیدا می‌کند. ✓ در تخلخل‌های مستطیلی شکل (گوشه‌دار) و هر نوع تخلخل دارای زاویه حاده، هرچه قدر نوک تیز تخلخل در راستای عمود بر مرکز نمونه باشد، تمرکز تنش در آن شدت یافته و سبب کاهش مقاومت بیشینه می‌شود. ✓ در حالت برابری اندازه‌ها وقتی که نوک تیز تخلخل مستطیل (گوشه‌دار) و بیضی شکل در یک راستا باشند، تخلخل به شکل بیضی مخرب‌تر از تخلخل به شکل مستطیل (گوشه‌دار) است. ✓ در صورتی که تخلخل در مقابل نوک ترک قرار گیرد، در اندازه‌های برابر، تخلخل دایره‌ای شکل در مقایسه با تخلخل به شکل بیضی و مستطیل افقی مخرب‌تر است. ✓ در صورتی که تخلخل در جوانب ترک قرار گیرد، در اندازه‌های برابر، تخلخل دایره‌ای شکل در مقایسه با تخلخل به شکل بیضی و مستطیل افقی مقاوم‌تر است. ✓ با معادل‌سازی تخلخل‌های واقعی با اشکال هندسی ساده، می‌توان به درک بهتری از پدیده رشد ترک و همچنین فرآیندهایی مانند شکست هیدرولیک دست یافت.
- ۹- مراجع
- [1] Khoei, A. R., Vhab, M., Haghghat, E., and Moallemi, S. (2014). "A mesh-independent finite element formulation for modeling crack growth in saturated porous media based on an enriched-FEM technique". International Journal of Fracture, 188: 79-108.
- [2] Bohlooli, B., and De Pater, C. J. (2006). "Experimental study on hydraulic fracturing of soft rocks: Influence of fluid reology and confining stress". Journal of Petroleum Science and Engineering, 53: 1-12.
- [3] De Pater, C. J., and Beugelsdijk, L. J. L. (2005). "Experiments and numerical simulation of hydraulic fracturing in naturally fractured rock". The 40th U.S. Symposium on Rock Mechanics (USRMS), 25-29 June, Anchorage, Alaska.
- [4] Zhang, G., and Chen, M. (2010). "Dynamic fracture propagation in hydraulic re-fracturing". Journal of

- Mechanics, 119: 53-65.
- [24] Andra, H., and Combaret, N. (2013). "Digital rock physics benchmarks Part I: Imaging and segmentation". Computers & Geosciences 50, 25-32.
- [25] Whittaker, B. N., Singh, R. N., and Sun, G. (1992). "Rock fracture mechanics: principles, design and applications". Amsterdam: Elsevier.
- [26] Zhu, J. B., Bao, W. Y., Pen, Q., and Deng, X. F. (2020). "Influence of substrate properties and interfacial roughness on static and dynamic tensile behaviour of rock-shotcrete interface from macro and micro views". International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 132: 104350.
- [27] Rezanezhad, M., Lajevardi, S. A., and Karimpouli, S. (2021). "Numerical study of crack growth in porous media: Effect of elliptical porosity parameters". Journal of Analytical and Numerical Methods in Mining Engineering, (In Persian). DOI: 10.29252/ANM.2021.15697.1477.
- (2020). "Crack growth in porous media using XFEM: Comparison of modeling strategies in the Abaqus". Journal of Analytical and Numerical Methods in Mining Engineering, 24(October): 27-40. (In Persian).
- [16] Moghaddam, H., Keyhanib, A., and Aghayan, I. (2016). "Modeling of Crack Propagation in Layered Structures Using Extended Finite Element Method". Civil Engineering Journal, 2(5). DOI: 10.28991/cej-2016-00000024.
- [17] Zhang, C., Cao, P., Cao, Y., and Li, J. (2013). "Using finite element software to simulation fracture behavior of three-point bending beam with initial crack". Journal of Software, 8(5): 1145-1150.
- [18] Abdellah, M. Y. (2017). "Delamination modeling of double cantilever beam of unidirectional composite laminates". Journal of Failure Analysis and Prevention, 17: 1011-1018.
- [19] Arshadnejad, S. (2017). "Analysis of the First Cracks Generating Between Two Holes Under Incremental Static Loading with an Innovation Method by Numerical Modelling". Mathematics in Computer Science, 2: 120. DOI: 10.11648/j.mcs.20170206.15.
- [20] Zhang, Z. (2002). "An empirical relation between mode I fracture toughness and the tensile strength of rock". International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 39: 401-406. DOI: 10.1016/S1365-1609(02)00032-1.
- [21] Bazant, Z. P., and Kazemi, M. T. (1990). "Size effect in fracture of ceramics and its use to determine fracture energy and effective process zone length". Journal of the American Ceramic Society, 73: 1841-1853. DOI: 10.1111/j.1151-2916.1990.tb05233.x.
- [22] Chen, M., and Wang, H. (2015). "Effect of pores on crack propagation behavior for porous Si_3N_4 ceramics". Ceramics International, 20 November.
- [23] Konietzky, H., and Xiang, L. (2014). "Simulation of time-dependent crack growth in brittle rocks under constant loading conditions". Engineering Fracture

¹ Depatr² Zhang³ Shimizu⁴ Jianchun⁵ Sato⁶ Wu⁷ Zeng⁸ Fracture toughness⁹ Extended Finite Element¹⁰ Heaviside function¹¹ Von Mises Stress¹² Fontainebleau Sandstone