

## ارزیابی اقتصادی روش استخراج تخریب بلوکی با توجه به محدودیت عیار کارخانه فرآوری

محمد باقر فتحی<sup>۱\*</sup>، فرشاد نژادشاه محمد<sup>۱</sup>، سجاد چهره قانی<sup>۱</sup>

۱- استادیار، گروه مهندسی معدن، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه ارومیه، ارومیه

(دریافت ۱۳۹۸/۱۰/۲۳، پذیرش ۱۳۹۹/۰۱/۱۶)

### چکیده

برنامه‌ریزی تولید در روش تخریب بلوکی، مقدار تناژ استخراجی از هر دهانه تخلیه تا مقصد مشخص (کارخانه فرآوری) در هر دوره زمانی با اهداف برنامه‌ریزی را بیان می‌کند. یکی از مشکلات در برنامه‌ریزی تخریب بلوکی فقدان یکپارچگی پارامترهای اصلی طراحی است، بنابراین نیاز است مدلی توسعه یابد تا با استفاده از تمام عوامل موثر در تنظیم برنامه راهبردی معدن، زمان‌بندی تولید دقیق را آرایه کند. در این تحقیق مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلط (MILP) به نحوی گسترش یافته است که تولید در روش تخریب بلوکی با توجه به محدودیت‌های عیار کارخانه فرآوری بررسی شود. محدودیت‌های حداقل و حداکثر عیار قابل قبول کارخانه فرآوری و همچنین محدودیت تولید عیار نسبی توسعه یافته در این تحقیق برنامه‌ریزی معدن را به سمتی سوق می‌دهد تا فرآیند استخراج واقعی به همراه کنترل تریقی‌شدگی از دهانه‌های تخلیه انجام شود. نرم‌افزار CPLEX به عنوان چارچوب اجرای مدل MILP و نرم‌افزار MATLAB به عنوان زبان برنامه‌نویسی این تحقیق استفاده شده‌اند. نتایج اجرای مدل پیشنهادی بر روی ۸۵ دهانه تخلیه که در طی ۱۰ سال برنامه‌ریزی شده نشان داد با اعمال محدودیت عیار کارخانه فرآوری به مدل MILP نسبت به حالتی که این محدودیت‌ها در مدل نباشند، فقط با کاهش ۹٪ از NPV محاسبه شده، عدم توزیع متناسب از متوسط عیار استخراجی بدون محدودیت کارخانه فرآوری ۲۴٪ از حداکثر عیار دهانه‌های تخلیه است و با وجود محدودیت کارخانه فرآوری چنین توزیعی به ۴٪ کاهش می‌یابد. همچنین تولید از معدن بر حسب عیار مجاز کارخانه فرآوری به خوبی رعایت شده است، بنابراین اعمال محدودیت‌های عیار کارخانه فرآوری به همراه سایر محدودیت‌های موثر در برنامه‌ریزی تولید، زمان‌بندی واقعی‌تری را آرایه کرده است.

### کلمات کلیدی

محدودیت حداقل و حداکثر عیار کارخانه فرآوری، محدودیت تولید عیار نسبی، برنامه‌ریزی تولید، MILP.



است. در مدل روبیو با تابع هدف حداکثرسازی عمر معدن، محدودیت منابع استخراجی برای جلوگیری از استخراج باطله بر اساس ارتفاع دهانه تخلیه، به محدودیت‌های مدل قبل افزوده شد بدون آنکه محدودیت کنترل عیار در نظر گرفته شود. اپیستین [۱۸] مدل MIP را برای تعیین میزان ماده استخراجی در طی ۲۳ افق زمان‌بندی با هدف حداکثرسازی سوددهی ارائه کرد. مدل پیشنهادی او با داشتن تعدادی محدودیت عملیاتی توانست تا ۵٪ از کارکرد معدن ال تیننته را بهبود بخشد. رهال و همکارانش [۱۹] یک مدل MIP برای طراحی عملیات معدن تخریب بلوکی با هدف کم کردن میزان انحراف تولید از میزان تقاضا پیشنهاد کردند. محدودیت‌های او در مدل پیشنهادی به حداکثر و حداقل آهنگ تخلیه، میزان باطله مجاز موجود در هر دهانه تخلیه، ایجاد سلسله مراتب استخراج از دهانه‌های تخلیه مربوط می‌شود. اسمولجانویک<sup>۹</sup> و همکاران [۲۰] مدل MILP را برای برنامه‌ریزی معدن تخریب بلوکی ارائه کردند. آن‌ها در مدل ارائه شده به بررسی تاثیر زمان باز و بسته بودن دهانه‌های تخلیه در میزان NPV محاسبه شده پرداختند. پوررحیمیان [۲۲،۲۱] الگویی بر اساس روش برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلط برای مدل‌سازی یک معدن تخریب بلوکی پیشنهاد کرد. وی با تغییراتی که در این مدل انجام داد توانست فرآیند استخراج بهینه‌ای برای بلوک‌های مواد معدنی ارائه کند و با انجام تعدیلات و تغییرات در مدل پیشنهادی و با در نظر گرفتن شرایط کار یک معدن تخریب بلوکی، توانست الگوهای مختلف MILP را بر اساس ترازهای مختلف کاری و محدودیت‌های گوناگون مدل‌سازی کند. آلونسو آیوسو<sup>۱۰</sup> و همکاران مدل MILP را در برنامه‌ریزی میان‌مدت معدن تخریب بلوکی ال تیننته ارائه کردند. مدل پیشنهادی آن‌ها به بررسی عدم قطعیت در قیمت ماده معدنی و تاثیر آن در برنامه‌ریزی پرداخت [۲۳]. نژادشاه محمد و همکاران [۲۵،۲۴] مدل MILP دیگری را در چارچوب توسعه مدل پوررحیمیان [۲۲،۲۱] در برنامه‌ریزی معدن تخریب بلوکی ارائه کردند. تاکید اصلی آنها در مدل پیشنهادی در کنترل تخلیه از دهانه‌های تخلیه استوار بود.

به طور کل هیچ‌کدام از این مدل‌ها به بررسی پارامتر کنترل عیار بر مبنای محدودیت‌های عیار کارخانه‌های فرآوری نپرداخته‌اند و کنترل عیار در این مدل‌ها به عنوان تابعی از کنترل تناژ تولید از دهانه‌های تخلیه مطرح شده است. در این تحقیق، تمرکز اصلی در برنامه‌ریزی بلندمدت معدن تخریب

از اوایل سال ۲۰۰۰ مدل‌های بهینه‌سازی به طرز چشمگیری در زمان‌بندی تولید معادن زیرزمینی استفاده شدند. ریادل<sup>۵</sup> [۱۲] با استفاده از برنامه‌ریزی پویا، محدوده نهایی معدن تخریب بلوکی را بهینه کرد. وی در این تحقیق با مدل‌سازی ذخیره کانسار و شبیه‌سازی تناژ و حجم مواد معدنی موجود در پیکره کانسار به حذف بلوک‌هایی با ارزش اقتصادی کم در شبیه‌سازی پرداخت. سانگ<sup>۶</sup> [۱۳] از ترکیب شبیه‌سازی و برنامه‌ریزی ریاضی در مدل‌سازی خود بهره گرفت. سانگ از شبیه‌سازی در بررسی تاثیر پارامترهای زیربری، فاصله‌داری دهانه‌های تخلیه، تخریب‌پذیری و پایداری تونل‌ها در قابلیت تولید استفاده کرد. در گام بعدی، یک فرمول‌بندی ریاضی برای بررسی نتایج شبیه‌سازی به کار گرفت. مدل ایجاد شده به بهینه‌سازی تخلیه با در نظر گرفتن محدودیت‌های عملیاتی و ژئوتکنیکی پرداخت. عدم توجه به محدودیت‌های کارخانه فرآوری یکی از ایرادهای اساسی مدل سانگ بود. چاندا [۱۴] مدل MIP را در ترکیب با روش‌های شبیه‌سازی برای زمان‌بندی روزانه معدن تخریب بلوکی ارائه کرد. این الگوریتم سعی بر کاهش میزان انحراف عیار محاسباتی از مقدار مطلوب در افق‌های زمان‌بندی سه‌روزه داشت. در این مدل، تابع هدف بر کاهش میزان انحراف عیار محصول تولیدی از ایده‌آل تاکید داشت. تابع هدف در این مورد می‌توانست حداکثرسازی تناژ، حداقل‌سازی ترقیق‌شدگی یا حداکثرسازی عمر معدن باشد. گاست [۱۵] کاربردی دیگری از مدل‌های ریاضی LP در زمان‌بندی تولید بلندمدت تخریب بلوکی را ارائه کرد. در این مورد نیز تابع هدف بر کنترل تخلیه استوار بود هرچند که خود نویسنده هدف از این اقدام را حداکثرسازی میزان NPV می‌دانست. نکته مهم در این تحقیق آن است که حداکثرسازی تناژ یا ذخایر معدنی لزوماً به معنای حداکثرسازی NPV نیست چرا که محدودیت کنترل عیار در آن گنجانده نشده است. اسمیت و رهال<sup>۷</sup> [۱۶] یک مطالعه کلی در زمینه معدن تخریب بلوکی و روش‌های برنامه‌ریزی تولید این معدن ارائه کردند. روبیو<sup>۸</sup> [۱۷] مدل MIP بر مبنای دو تابع هدف (۱) حداکثرسازی عمر معدن و (۲) حداکثرسازی NPV پیشنهاد کرد. روبیو حداکثرسازی عمر معدن را به طور غیرمستقیم از حداقل‌سازی ترقیق‌شدگی به دست آورد. محدودیت‌هایی که روبیو در مدلی با تابع هدف حداکثرسازی NPV در نظر گرفت شامل آهنگ تخلیه، ترتیب زیربری، وضعیت دهانه‌های تخلیه، حداکثر ناحیه تولید فعال در هر دوره و محدودیت دوره

## ۲- فرمول‌بندی مدل‌های MILP

در این تحقیق نرم‌افزار MATLAB به عنوان زبان برنامه‌نویسی برای نوشتن مدل MILP استفاده شده است. با توجه به اینکه نرم‌افزار MATLAB امکان حل مدل‌های ریاضی پیچیده را در مسایل بهینه‌سازی ندارد، بنابراین از نرم‌افزار CPLEX که بر اساس الگوریتم بهینه‌سازی شاخه-برش توسعه‌یافته است برای اجرای مدل‌های MILP بهره گرفته شد. این الگوریتم ترکیبی از روش‌های صفحات برش و شاخه-کران است. در کار با این نرم‌افزار می‌توان یک معیار پایان بهینه‌سازی تعریف کرد (EPGAP) که در حقیقت معیاری از بهینه‌سازی است. این معیار اختلاف نسبی بین خطای بهترین جواب مدل با بهترین گره باقی‌مانده از الگوریتم شاخه-برش است. برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلط ارایه شده، ۳ متغیر دارد که ۲ متغیر از نوع گسسته و با هدف نشان دادن فعال بودن یا نبود دهانه‌های تخلیه در دوره‌های زمانی مختلف، تعیین باز یا بسته بودن و راستای پیشروی تخریب به کار گرفته می‌شوند. در این مدل ۱ متغیر از نوع پیوسته است که در محاسبه درصد استخراج از هر دهانه تخلیه در دوران زمانی مختلف استفاده می‌شود. برای محدودیت کنترل عیار حداقل و حداکثر کارخانه فرآوری متغیر تصمیم استفاده شده از نوع گسسته است تا بتوان کنترل عیار ورودی به کارخانه را بر حسب تناژ استخراجی از عیارهای مختلف معدن انجام داد.

### ۲-۱- تابع هدف

طبق نظر رهال [۲۶] عموماً سه نوع تابع هدف شامل اقتصادی، کمی، کیفی و بهینگی غیرمستقیم برای انواع الگوهای بهینه‌سازی معادن و به ویژه تخریب بلوکی قابل تعریف است.

حداکثرسازی NPV ارزش زمانی پول را از طریق جریان نقدینگی تنزیل شده در دوران زمانی مختلف در مدلسازی وارد خواهد کرد. حداقل‌سازی ترقیق‌شدگی نیز با کنترل عیار تولیدی از دهانه‌های تخلیه ممکن است در افزایش سوددهی و کنترل عیار ورودی به کارخانه فرآوری همراه باشد. در این تحقیق تابع هدف حداکثرسازی NPV است. مدل پیشنهادی این تحقیق در طول عمر معدن در یک الگوی زمانی پویا آن را وارد مدل می‌کند. این تابع هدف باید تمام محدودیت‌های در نظر گرفته شده در مدل را برآورد کند. معادله ۱ شکل کلی تابع هدف را تعریف می‌کند.

بلوکی، توسعه مدل MILP پیشنهادی توسط نژادشاه محمد و همکاران [۲۵،۲۴] است. در استخراج به روش تخریب بلوکی با شروع فرآیند تخلیه، تعیین آهنگ تخلیه از دهانه‌های تخلیه مختلف بر اساس عیار مطلوب کارخانه فرآوری مهم‌ترین عامل در فرآیند تولید است. اگر کنترل عیار استخراجی از دهانه‌های تخلیه به نحو مناسبی انجام نگیرد ضمن کاهش بهره‌وری اقتصادی طرح، ترقیق‌شدگی مواد استخراجی در بین دهانه‌های تخلیه مختلف روی می‌دهد. همچنین به دلیل عدم کنترل تناژ استخراجی از دهانه‌های تخلیه مجاور نسبت به همدیگر و افزایش سرعت جابه‌جایی مواد در بین دهانه‌های تخلیه نشست‌های گسترده و کنترل نشده در سطح زمین بیشتر می‌شود، بنابراین نیاز است تا کنترل مناسبی از عیار استخراجی از دهانه‌های تخلیه با توجه به عیار مطلوب کارخانه فرآوری انجام گرفته و درصد استخراج عیار از دهانه‌های مجاور نسبت به همدیگر در محدوده مناسبی باشد تا از ترقیق‌شدگی و مخاطرات محیط زیستی عملیات استخراج جلوگیری شود. با توجه به این مساله ضروری است تا روش زمان‌بندی تولیدی ارایه کرد که بتواند بیشتر اجزای موثر در برنامه‌ریزی را از استخراج تا کارخانه فرآوری در مدل‌های طراحی وارد کند. با توجه به عدم وجود چنین نگرشی در تحقیق‌های قبلی و لزوم اعمال محدودیت عیار کارخانه فرآوری در مدلسازی زمان‌بندی تولید، در این تحقیق برای واقعی‌سازی و بهبود عملکرد زمان‌بندی تولید بلندمدت در روش تخریب بلوکی تمرکز اصلی بر تاثیر محدودیت‌های کارخانه فرآوری است و با استفاده از چارچوب برنامه‌ریزی ریاضی مدل‌های MILP جدید ارایه شده است. محدودیت‌های مختلف ارایه شده در این تحقیق با هدف کنترل عیار و تناژ استخراجی از دهانه‌های تخلیه، ضمن افزایش منافع اقتصادی ممکن است در کنترل و کاهش آثار مخرب استخراج همانند ترقیق‌شدگی، کنترل نشست، کاهش نیاز به خردایش ثانویه در دهانه تخلیه، جلوگیری از آسیب به زیرساخت‌های معدنی و افزایش بهره‌وری کارخانه فرآوری موثر باشند. در محدودیت‌های مدل پیشنهادی نژادشاه محمد و همکاران [۲۵،۲۴] محدودیت جدیدی در برنامه‌ریزی تولید در ارتباط با حداقل و حداکثر عیار قابل قبول کارخانه فرآوری و همچنین کنترل عیار نسبی ایجاد شد. این محدودیت‌ها در کنار سایر محدودیت‌های عملیاتی و تولیدی ممکن است در کنترل عیار و افزایش بهره‌وری فرآیند معدنکاری نقش موثری را داشته باشند.

## ۲-۲- محدودیت‌ها

برنامه‌ریزی بلندمدت به عنوان هدف راهبردی طراحی، باید یکسری از محدودیت‌های عملیاتی، فنی، زمین‌شناسی، زیست‌محیطی و اقتصادی را به منظور کنترل تابع هدف و عملیات استخراج در مدل‌ها وارد کند [۱۷]. محدودیت‌های روش تخریب بلوکی در طبقه‌بندی‌های ژئوتکنیکی، عملیاتی، متالورژیکی و زمین‌شناسی جای می‌گیرند. برخی از این محدودیت‌ها به طور پیوسته و برخی به طور گسسته باید در مدل‌سازی لحاظ شوند. جدول ۲ محدودیت‌ها و معادلات مورد استفاده در این تحقیق را بر مبنای مدل پیشنهادی نژاد شاه محمد و همکاران [۲۵، ۲۴] نشان می‌دهد.

### ۲-۲-۱- محدودیت عیار کارخانه فرآوری

محدودیت جدیدی که در این تحقیق در جهت توسعه مدل‌های پیشنهادی قبلی ارایه شده است این قابلیت را به مدل می‌دهد تا استخراج از دهانه‌های تخلیه مختلف معدن را بر اساس عیارهای مطلوب کارخانه فرآوری برنامه‌ریزی کند. بر این اساس با تعریف حداکثر و حداقل عیار مورد نیاز کارخانه فرآوری، متغیر تصمیم مربوط به تناژ تولید از دهانه‌های تخلیه تاثیرپذیری بیشتری از عیارهای دهانه‌های تخلیه خواهد داشت، بنابراین این محدودیت ضمن کنترل نسبت تولید ماده معدنی قابل قبول استخراجی، عیارهای پایین‌تر از حداقل عیار کارخانه فرآوری را به عنوان باطله در نظر می‌گیرد. ولی با توجه به اینکه برای کنترل آهنگ تخلیه در کل معدن، همچنین جلوگیری از ترقیق‌شدگی مواد معدنی در دهانه‌های تخلیه مجاور و کنترل نشست در سطح زمین در برخی موارد در دوران مختلف عمر معدن تخریب بلوکی نیاز است تا عیارهای پایین‌تر از حداقل عیار کارخانه فرآوری از دهانه‌های تخلیه نیز استخراج شود، جهت رفع این مساله، مدل پیشنهادی با کنترل آهنگ تخلیه از دهانه‌های تخلیه مجاور هم و ترکیب درصد استخراج در این دهانه‌ها بر اساس وزن و عیار تولیدی، ضمن کنترل محدودیت کارخانه فرآوری، می‌تواند از ترقیق‌شدگی دهانه‌های تخلیه مجاور و نشست‌های ناهم‌هنگ در سطح زمین بر اساس راستای پیشروی استخراج جلوگیری کند. بدین منظور محدودیت کنترل عیار کارخانه فرآوری در دو شکل محدودیت در مدل‌ها اعمال شد.

$$O.f : \text{Max} \sum_{p=1}^P \sum_{t=1}^T \left[ \frac{\text{Re}_p}{(1+i)^t} \right] \times U_{p,t} \quad (1)$$

جدول ۱ علایم اختصاری به کار رفته در مقاله را نشان می‌دهد. ابعاد بردار ضرایب تابع هدف  $(1 \times P \times T \times 3)$  است. از آنجا که سه متغیر تصمیم در مدل‌سازی وجود دارد، بنابراین بردار ضرایب آن‌ها از ۳ جز تشکیل خواهد شد و از آنجا که هدف زمان‌بندی تولید ارایه درصد استخراج در هر دوره زمانی در طول عمر معدن است، بنابراین هر جز باید  $P \times T$  عضو داشته باشد تا بتوان نحوه استخراج از هر دهانه تخلیه را در هر دوره بر اساس آن متغیر تصمیم بیان کرد.

جدول ۱: علایم اختصاری مورد استفاده در مقاله

$p \in \{1, \dots, P\}, q \in \{1, \dots, Q\}$	دهانه‌های تخلیه
$t \in \{1, \dots, T\}, j \in \{1, \dots, J\}$	دوره تولید
$U_{p,t} \in [0, 1]$	متغیر تصمیم پیوسته، بیانگر نسبت استخراج از دهانه تخلیه p، در هر دوره t
$A_{p,t} \in \{0, 1\}$	متغیر تصمیم گسسته، فعال بودن دهانه تخلیه
$Z_{p,t} \in \{0, 1\}$	متغیر تصمیم گسسته، شروع استخراج دهانه تخلیه
$\text{Re}_p$	ارزش اقتصادی مواد استخراجی از دهانه تخلیه p
$i$	آهنگ تنزیل
$\text{Ton}_p$	کل تناژ ماده معدنی موجود در هر دهانه تخلیه p
$\text{Ton}_u$	درصد استخراج از دهانه تخلیه
$G_u$	حداکثر عیار قابل قبول کارخانه فرآوری
$G_l$	حداقل عیار قابل قبول کارخانه فرآوری
$G_{ave}$	متوسط عیار دهانه تخلیه p
$G_{ave,p,t}$	متوسط عیار استخراجی از دهانه تخلیه p در دوره t
$N_{Ad,t}$	حداکثر تعداد واحدهای تولید فعال در هر دوره t
$N_{NI,d,t}$	حداقل تعداد واحدهای تولید جدید در هر دوره
$N_{Nu,d,t}$	حداکثر تعداد واحدهای تولید جدید در هر دوره
$M_u$	حداکثر ظرفیت استخراج سالیانه از واحدهای تولید
$DR_{max}$	حداکثر آهنگ تخلیه از دهانه تخلیه
$DR_{min}$	حداکثر آهنگ تخلیه از دهانه تخلیه
UB	حداکثر کران محدودیت
LB	حداقل کران محدودیت



جدول ۲: محدودیت‌های مدل MILP نژادشاه محمد و همکاران [۲۵،۲۴]

نوع محدودیت	عنوان	معادله	ابعاد ماتریس ضرایب محدودیت
عملیاتی	حداکثر ظرفیت استخراج (MC)	(۲) $\sum_{p=1}^P (Ton_p) \times U_{p,t} \leq M_u$	$T \times (3 \times P \times T)$
	تعداد دهانه‌های فعال (AD)	(۳) $\sum_{p=1}^P A_{p,t} \leq N_{Ap,t}$	$(P \times T) \times (3 \times P \times T)$
	تعداد دهانه‌های جدید (ND)	(۴) $N_{Nl,p,t} \leq \sum_{p=1}^P Z_{p,t} \leq N_{Nu,p,t}$	$T \times (3 \times P \times T)$
ژئوتکنیک	آهنگ تخلیه (DR)	(۵) $DR_{min,p} \leq \sum_{p=1}^P U_{p,t} \times Ton_p \leq DR_{max,p}$	$(P \times T) \times (3 \times P \times T)$
	پیوستگی تولید از هر دهانه	(۶) $A_{p,t} - A_{p,(t-1)} \leq Z_{p,t}$	$P \times (3 \times P \times T)$
	تخلیه (CD)	(۷) $\sum_{t=1}^T Z_{p,t} = 1$	$P \times (3 \times P \times T)$
	تقدم‌بندی استخراج از دهانه‌های تخلیه (PD) [۲۵]	(۸) $Z_{p,t} - \sum_{j=1}^t Z_{q,j} \leq 0$	$(P^P \times T) \times (3 \times S \times T)$
زمین‌شناسی	حداکثر ذخیره قابل استخراج (QD)	(۹) $\sum_{t=1}^T U_{p,t} \leq 1$	$P \times (3 \times P \times T)$

بنابراین برای تمام دهانه‌های تخلیه در تمام دوران فعالیت، باید حداکثر و حداقل درصد قابل قبول استخراجی در بازه قابل قبول کارخانه فرآوری باشد. با ترکیب معادلات ۱۰ تا ۱۲ محدودیت کارخانه فرآوری، در شکل حداکثر و حداقل عیار قابل قبول استخراجی همانند معادله ۱۳ به دست می‌آید. این معادلات باید به نحوی بیان شوند که حین ساده بودن بتوانند تمام ویژگی‌های مورد نیاز در بیان محدودیت را برآورده کنند.

$$\sum_{p=1}^P Ton_p \times G_l \times U_{p,t} \leq \sum_{p=1}^P Ton_p \times \dots \times G_{ave,p,t} \times U_{p,t} \leq \sum_{p=1}^P Ton_p \times G_u \times U_{p,t} \quad (13)$$

در این معادله امکان استخراج در تمام دهانه‌های تخلیه در تمام عمر معدن جهت ارسال به کارخانه فرآوری به صورت پویا وجود دارد، بنابراین ابعاد ماتریس ضرایب این محدودیت  $(2 \times T) \times (3 \times P \times T)$  است. به طور کل معادله ۱۳ کنترل عیار استخراجی از هر دهانه تخلیه را بر اساس خوراک کارخانه فرآوری در طی عمر هر دهانه تخلیه فراهم می‌کند. لزوم توجه به استخراج از هر دهانه تخلیه با توجه به دهانه تخلیه مجاور آن و همچنین کل محدوده معدن، سبب می‌شود تا محدودیت دیگری در استخراج از دهانه‌های تخلیه با توجه به

$$\forall p = 1, 2, 3, \dots, P \quad (10)$$

$$Ton_u = Ton_p \times U_p$$

تناژ استخراجی از هر دهانه تخلیه به صورت درصد استخراج آن دهانه تخلیه با توجه به کل تناژ موجود در آن است. محدودیت اول تحت عنوان حداکثر و حداقل عیار قابل قبول کارخانه فرآوری (LUG) است. طبق معادلات ۱۱ و ۱۲ مقدار تناژ استخراجی از هر دهانه تخلیه با توجه به متوسط عیار ماده معدنی در آن دهانه تخلیه تعیین می‌شود به نحوی که حداقل و حداکثر کران عیار قابل استخراج از هر دهانه تخلیه به صورت وزنی با توجه به متوسط عیار وزنی هر دهانه تخلیه است.

$$\forall t = 1, 2, 3, \dots, T$$

$$\sum_{p=1}^P Ton_u \times G_l \leq \sum_{p=1}^P Ton_p \times G_{ave,p,t} \quad (11)$$

$$\sum_{p=1}^P Ton_u \times G_u \geq \sum_{p=1}^P Ton_p \times G_{ave,p,t}$$

$$\sum_{p=1}^P Ton_p \times U_p \times G_l \leq \sum_{p=1}^P Ton_p \times G_{ave,p,t} \quad (12)$$

$$\sum_{p=1}^P Ton_p \times U_p \times G_u \geq \sum_{p=1}^P Ton_p \times G_{ave,p,t}$$

$$\forall Z_q = 1 \Rightarrow Ton_q(1 - Z_q) = 0 \quad (21)$$

$$\forall Z_q = 0 \Rightarrow Ton_q(1 - Z_q) = Ton_q \quad (22)$$

با توجه به حداکثر و حداقل عیار کارخانه فرآوری می‌توان نوشت:

$$Ton_p \times G_{l,p} - Ton_q \times G_{l,q} \leq \left[ \sum_{t=1}^T DR_{p,t} \times G_{ave,p} - \sum_{t=1}^T DR_{q,t} \times G_{ave,q,t} \right] \quad (23)$$

$$Ton_p \times G_{u,p} - Ton_q \times G_{u,q} \geq \left[ \sum_{t=1}^T DR_{p,t} \times G_{ave,p} - \sum_{t=1}^T DR_{q,t} \times G_{ave,q,t} \right] \quad (24)$$

ترکیب معادلات ۱۴ تا ۲۴ معادله کلی محدودیت تولید عیار نسبی را به صورت زیر به دست می‌آورد.

$$\left[ Ton_p - Ton_q + Ton_q(1 - Z_{q,t}) \right] \times G_{l,p,t} \leq \sum_{t=1}^T (DR_{p,t} \times G_{ave,p,t}) - \sum_{t=1}^T (DR_{q,t} \times G_{ave,q,t}) \leq \left[ Ton_p - Ton_q + Ton_q(1 - Z_{q,t}) \right] \times G_{u,p,t} \quad (25)$$

معادله ۲۵ کنترل تولید عیار از دهانه‌های تخلیه را در هر دوره زمانی به صورت نسبی انجام می‌دهد. بر این اساس وزن ماده معدنی استخراجی با توجه به عیار تولیدی آن در دهانه‌های تخلیه مجاور نباید اختلاف زیادی از همدیگر داشته باشد تا بتوان کنترل مناسبی از ترفیق‌شدگی را در محدوده معدن انجام داد. ابعاد ماتریس ضرایب این محدودیت  $(P \times T) \times (3 \times P \times T)$  است.

در شکل ۲ ساختار کلی ماتریس ضرایب محدودیت‌ها آمده است. ماتریس ضرایب برای هر محدودیت از سه بخش تشکیل شده است، یک بخش معرف متغیر تصمیم پیوسته و دو بخش متغیر تصمیم گسسته را نشان می‌دهد. ابعاد ماتریس هر محدودیت در جدول ۲ آمده است.

تعداد سطر برای محدودیت‌ها بر اساس ویژگی ساختاری آن‌ها تعیین می‌شود. ویژگی‌های هر محدودیت سبب شده است تا تعداد سطرهای سازنده محدودیت‌ها متفاوت و مخصوص به آن محدودیت باشد. به عنوان مثال در محدودیت ظرفیت تولید، هدف محدود کردن مجموع استخراج از تمام واحدهای

خوراک کارخانه فرآوری استفاده شود تا بتوان تولید هماهنگ از دهانه‌های تخلیه مختلف بر اساس عیار و تناژ تولیدی آنها نسبت به همدیگر انجام گیرد. این محدودیت تحت عنوان تولید عیار نسبی (RG) خوانده می‌شود.

مقدار تناژ ماده معدنی در دو دهانه مشخص  $p$  و  $q$  قبل از شروع فرآیند استخراج مقداری ثابت ( $c.n$ ) است. اگر مدل بتواند به نحو مناسبی چنین اختلاف تناژ را در طول عمر فعالیت آنها نگه دارد امکان ترفیق‌شدگی آن دو دهانه تخلیه به حداقل می‌رسد. همچنین شکل نشست‌های گسترده در سطح زمین قابل کنترل است. توجه به حداقل و حداکثر عیار قابل قبول کارخانه فرآوری نیز تاثیری در این اختلاف تناژ ثابت ندارد.

$$\forall t = 1, 2, 3, \dots, T$$

$$\forall p = 1, 2, 3, \dots, P$$

$$\forall q = 1, 2, 3, \dots, Q$$

$$Ton_p - Ton_q = c.n \quad (14)$$

$$Ton_p \times G_{l,p} - Ton_q \times G_{l,q} = c.n \quad (15)$$

$$Ton_p \times G_{u,p} - Ton_q \times G_{u,q} = c.n \quad (16)$$

آهنگ تخلیه به عنوان درصد استخراج از هر دهانه تخلیه در هر دوره زمانی تعریف می‌شود که عامل اصلی در کنترل استخراج معادن تخریب بلوکی است، بنابراین اگر مدل بتواند آهنگ تخلیه را برای دو دهانه تخلیه فرضی  $p$  و  $q$  با توجه به متوسط عیار آنها ثابت نگه دارد، می‌توان به آهنگ تخلیه نسبی مناسب رسید.

$$DR_p = Ton_p \times U_p \quad (17)$$

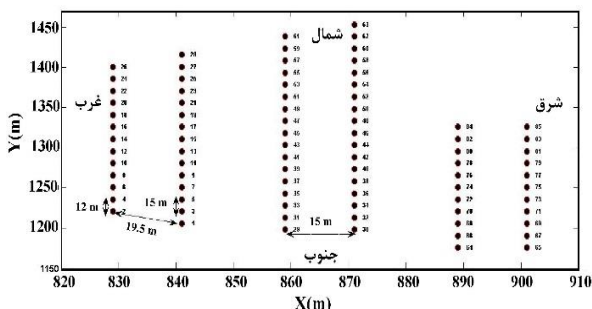
$$DR_q = Ton_q \times U_q \quad (18)$$

$$DR_p - DR_q = c.n \quad (19)$$

$$DR_p \times G_{ave,p} - DR_q \times G_{ave,q} = c.n \quad (20)$$

از آنجایی که برای هر دهانه تخلیه ( $p$ ) فقط زمانی می‌توان دهانه تخلیه دیگر چون  $q$  را به عنوان تاثیرگذار در روند استخراج نام برد که دهانه تخلیه دوم ( $q$ ) وارد فاز استخراج شده باشد ( $Z_q=1$ ). چرا که عدم وارد شدن به فاز استخراج دهانه تخلیه  $q$  ( $Z_q=0$ ) تاثیری در استخراج از دهانه دیگر ندارد.

مخصوص  $(t/m^3)$  ۲٫۲ است. شکل ۳ جانمایی دهانه‌های تخلیه را برای این پایگاه داده نشان می‌دهد. فاصله دهانه‌های تخلیه در راستای X، ۱۵ و در راستای Y، این فاصله حداقل ۱۲ متر و حداکثر ۱۵ متر است. مشخصات هر دهانه تخلیه شامل تناژ، عیار، وزن مخصوص و پارامترهای اقتصادی به صورت یک ستون سنگی در بالای هر دهانه تخلیه فرض می‌شود که توأم با استخراج از هر دهانه تخلیه ارتفاع این ستون کاهش می‌یابد.



شکل ۳: جانمایی دهانه‌های تخلیه در مدل پیشنهادی

شکل ۴-الف توزیع عیار دهانه‌های تخلیه را در محدوده معدن نشان می‌دهد. حداقل عیار دهانه‌های تخلیه ۰٫۳۳ درصد و حداکثر ۰٫۵۰ درصد است. شکل ۴-ب توزیع فراوانی عیار در دهانه‌های تخلیه است. همان‌طور که در این شکل مشخص است بیشترین توزیع عیار در محدوده ۰٫۴۱ تا ۰٫۴۷ درصد است. با توجه به نوع تابع هدف این تحقیق که حداکثرسازی NPV است، آهنگ تنزیل ۱۲ درصد فرض می‌شود. طول عمر کل معدن برای استخراج ۸۵ دهانه تخلیه ۱۰ سال در نظر گرفته شد. در محدودیت استخراج سالیانه حداکثر ظرفیت استخراج سالیانه ۱٫۲ (Mt) است. در بررسی تاثیر محدودیت عیار کارخانه فرآوری در تامین خوراک ورودی، حداقل و حداکثر عیار قابل قبول کارخانه ۰٫۴۲ و ۰٫۴۷ درصد فرض می‌شود.

مقدار گپ (EGAP) بهینه شدن برای این مدل‌ها با توجه به حساسیت عیار ورودی ۱ درصد در نظر گرفته شده است تا نتایج بهینه‌سازی دقیق‌تر باشد. جدول ۳ تمام اطلاعات مورد نیاز در مدل‌سازی MILP را نشان می‌دهد. به منظور بررسی تاثیر خوراک کارخانه فرآوری در مقدار NPV معدن و همچنین تاثیر آن در تناژ ماده معدنی و باطله تولید شده و عیارهای استخراجی در دوران مختلف عمر معدن، اجرای مدل

$$\begin{bmatrix} [Lb_{P.MC}] \\ [Lb_{P.AD}] \\ [Lb_{P.ND}] \\ [Lb_{P.DR}] \\ [Lb_{P.CD}] \\ [Lb_{P.PD}] \\ [Lb_{P.QD}] \\ [Lb_{P.LUG}] \\ [Lb_{P.RG}] \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} [U_{P.MC}A_{P.MC}Z_{P.MC}] \\ [U_{P.AD}A_{P.AD}Z_{P.AD}] \\ [U_{P.ND}A_{P.ND}Z_{P.ND}] \\ [U_{P.DR}A_{P.DR}Z_{P.DR}] \\ [U_{P.CD}A_{P.CD}Z_{P.CD}] \\ [U_{P.PD}A_{P.PD}Z_{P.PD}] \\ [U_{P.QD}A_{P.QD}Z_{P.QD}] \\ [U_{P.LUG}A_{P.LUG}Z_{P.LUG}] \\ [U_{P.RG}A_{P.RG}Z_{P.RG}] \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} [Ub_{P.MC}] \\ [Ub_{P.AD}] \\ [Ub_{P.ND}] \\ [Ub_{P.DR}] \\ [Ub_{P.CD}] \\ [Ub_{P.PD}] \\ [Ub_{P.QD}] \\ [Ub_{P.LUG}] \\ [Ub_{P.RG}] \end{bmatrix}$$

شکل ۲: ساختار ماتریس ضرایب محدودیت‌ها در مدل MILP

تولید در طول هر دوره زمانی است، بنابراین تعداد سطرهای این محدودیت به تعداد دوره‌های زمانی تولید و برابر با T است. همچنین تمام مقادیر متغیرهای تصمیم Z و A با توجه به معادله ۲ برابر با صفر است و تنها متغیر موثر در این محدودیت که از مدل MILP به دست خواهد آمد متغیر تصمیم U است. در خصوص محدودیت حداکثر و حداقل عیار قابل قبول کارخانه فرآوری ساختار ماتریس ضرایب با توجه به معادله ۱۳ مقادیر متغیرهای تصمیم همانند محدودیت ظرفیت تولید است. در مورد محدودیت تولید عیار نسبی با توجه به معادلات ۲۵ و ۵ فقط مقادیر متغیر تصمیم A برابر با صفر است و مقادیر متغیرهای U و Z از مدل MILP به دست خواهد آمد.

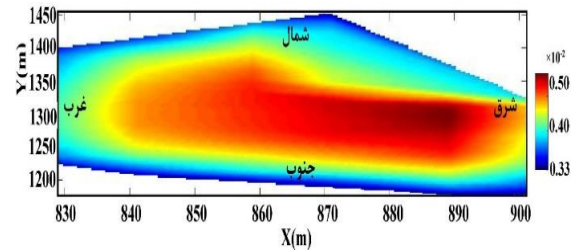
### ۳- اجرای مدل MILP

مورد مطالعاتی که برای ارزیابی تاثیر محدودیت عیار کارخانه فرآوری در مدل MILP استفاده شده است شامل ۸۵ دهانه تخلیه از معدن ال تینته در شیلی است. این معدن یکی از بزرگترین معادن زیرزمینی مس در دنیا است که از روش تخریب بلوکی با سیستم تخلیه LHD در استخراج بهره می‌گیرد. مدل بلوکی محدوده مورد نظر با استفاده از تمام اطلاعات دهانه‌های تخلیه از جمله مختصات جغرافیایی، شیب، جهت شیب، عیار، طول گمانه و سایر پارامترهای اکتشافی و از نرم‌افزار GEMS ایجاد شده است. همچنین به وسیله نرم‌افزار PCBC، از مدل بلوکی اطلاعات مورد نیاز برای تمام دهانه‌های تخلیه همانند متوسط عیار و تناژ دهانه تخلیه به دست آمده است. کل تناژ ماده معدنی موجود در این محدوده ۱۲٫۶۲ میلیون تن با متوسط عیار مس ۰٫۴۲ درصد و متوسط وزن

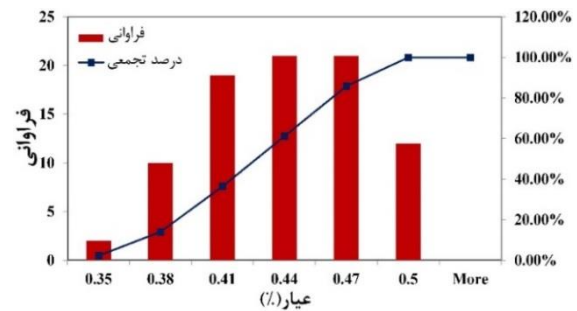


جدول ۳: اطلاعات مورد نیاز در زمان بندی تولید مدل پیشنهادی

مقدار	پارامتر	
۱۲,۶۲	کل تناژ ماده معدنی (Mt)	
۱۰	عمر معدن	
۱۲	آهنگ تنزیل (%)	
۱,۲۰	حداکثر ظرفیت استخراج سالیانه (Mt)	
۴۰	حداکثر تعداد دهانه تخلیه فعال	
۱۲	حداکثر	تعداد دهانه‌های جدید
۲	حداقل	
۴۰,۰۰۰	حداکثر	آهنگ تخلیه (Kt)
۱۱,۰۰۰	حداقل	
۰,۴۷	حداکثر	عیار حد کارخانه فرآوری (%)
۰,۴۲	حداقل	



الف): توزیع عیار در محدوده معدن



ب): نمودار توزیع فراوانی عیار

جدول ۴: متغیرهای تصمیم و محدودیت در مدل MILP

تعداد متغیرهای تصمیم در MILP	تعداد محدودیت ساخته شده در MILP	تعداد محدودیت استفاده شده	نوع مدل
۱۷۰۰	۸۵۰	۹۲۷۰	بدون محدودیت کارخانه
		۱۰۱۴۰	با لحاظ محدودیت کارخانه

شکل ۴: توزیع عیار در دهانه‌های تخلیه

MILP در نرم‌افزار MATLAB و CPLEX در دو حالت انجام شد. در حالت اول مدل با در نظر گرفتن تمام محدودیت‌های عملیاتی، ژئوتکنیک و زمین‌شناسی اجرا شد و در حالت دوم محدودیت‌های عیار کارخانه فرآوری نیز به محدودیت‌های قبلی اضافه گردید تا تاثیر آنها در مدلسازی مطالعه شود. جدول ۴ تعداد کل متغیرهای تصمیم و محدودیت‌های ایجاد شده برای هر دو حالت از مدل MILP در نرم‌افزار MATLAB را نشان می‌دهد.

همان‌طور که در این جدول مشاهده می‌شود تعداد محدودیت اضافه شده به مدل حالت اول ناشی از عیار کارخانه فرآوری ۸۷۰ محدودیت است که معادل ۹,۵ درصد از کل محدودیت‌های مدل حالت اول است. هر دو حالت از مدل MILP در نرم‌افزار CPLEX اجرا شد. نتایج حاصل از اجرای این مدل‌ها در جدول ۵ آمده است. همان‌طور که در این جدول مشاهده می‌شود با وارد کردن محدودیت کارخانه فرآوری زمان اجرا به دلیل پیچیدگی بیشتر مدل جدید افزایش تقریبی ۴۹ برابری را نشان داده است. متوسط عیاری که از معدن باید به عنوان خوراک کارخانه فرآوری تولید شود به دلیل وجود محدودیت کارخانه در مدل دوم افزایش یافته است، چرا که در مدل اول به دلیل عدم وجود محدودیت عیار، تولید از معدن

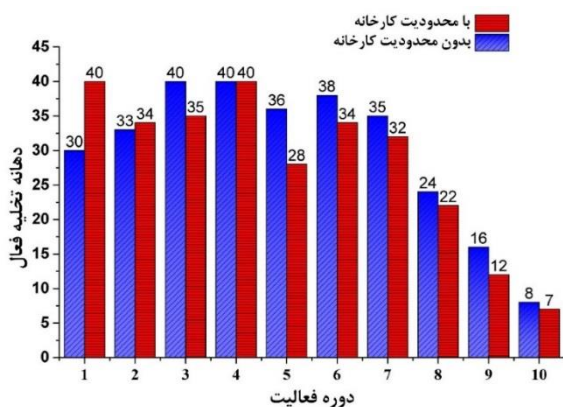
فقط بر اساس افزایش آهنگ تولید سالیانه برای افزایش مقدار NPV بوده است. این در حالی است که در مدل دوم امکان تولید عیارهای پایین‌تر از حداقل خوراک قابل قبول کارخانه برای مدل وجود ندارد، بنابراین مدل سعی در افزایش عیار تولیدی از دهانه‌های تخلیه در بازه قابل قبول کارخانه فرآوری دارد.

شکل ۵ تغییرات ظرفیت استخراج سالیانه در طول عمر معدن برای دو حالت را نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل مشخص است با توجه به اینکه تابع هدف مدل‌ها حداکثرسازی NPV است، مدل سعی بر افزایش تولید از سال‌های اول در هر دو حالت دارد. در حالت دوم مدل سعی در کاهش مقدار باطله استخراجی بر اساس عیار کارخانه فرآوری را دارد، بنابراین

جدول ۵: نتایج اجرای مدل در CPLEX

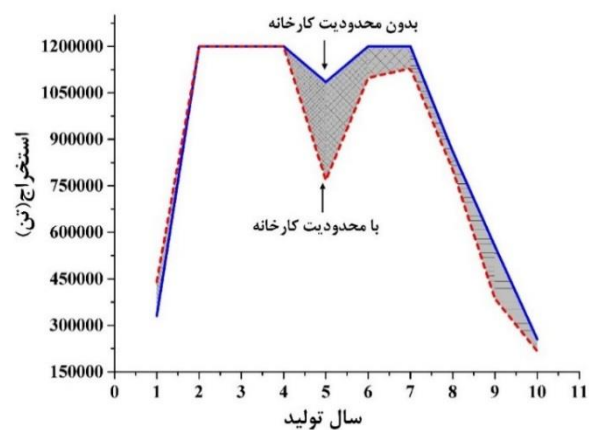
درصد استخراج (%)	تناژ استخراج (Mt)	عیار تحویلی از معدن به کارخانه (%)			NPV (MS)	زمان CPU	مدل
		متوسط	حداکثر	حداقل			
۸۰	۱۰,۰۹	۰,۴	۰,۴۶	۰,۳۴	۱۲۵,۷	۰۰:۰۱:۴۵	بدون محدودیت کارخانه
۶۳	۸,۰۴	۰,۴۳	۰,۴۴	۰,۴۲	۱۱۴,۳	۰۰:۴۹:۴۲	با لحاظ محدودیت کارخانه

دو مدل اعمال شده است. دهانه‌های تولیدی که در فرآیند استخراج وجود دارند بنام دهانه‌های فعال نامیده می‌شوند. شکل ۶ تعداد دهانه‌های فعال در هر دوره را نشان می‌دهد. بر اساس آنچه در این شکل مشاهده می‌شود مدل سعی بر افزایش تعداد دهانه‌های فعال در دوران اول دارد. به دلیل وجود محدودیت کارخانه فرآوری در تولید عیار استخراجی از دهانه‌های تخلیه و قرارگیری دهانه‌های تخلیه با عیار بالا در بخش‌های جنوبی، امکان استخراج از دهانه‌های تخلیه بیشتری به صورت همزمان در دوران اول در حالت دوم نسبت به حالت اول وجود دارد. با نزدیک شدن به اواخر عمر معدن تعداد دهانه‌های فعال روند کاهشی را از خود نشان می‌دهند، چرا که دهانه‌های تخلیه با کاهش متوسط عیار تولیدی همراه است و مدل به دلیل جلوگیری از تولید باطله سعی بر غیرفعال کردن دهانه‌های واقع در مناطق باطله را دارد. همان‌طور که در شکل ۶ مشاهده می‌شود در دوران آخر از عمر معدن تعداد دهانه‌های فعال در حالت دوم نسبت به حالت اول روند کاهشی دارد.



شکل ۶: تعداد دهانه‌های فعال در طول عمر معدن

مقدار تناژ مواد معدنی استخراجی با پیشروی استخراج به سمت دهانه‌های تخلیه‌ای با عیارهای پایین، کاهش می‌یابد.

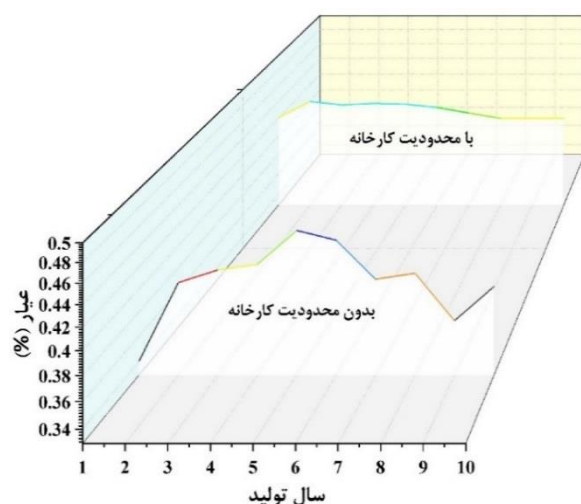


شکل ۵: ظرفیت استخراج سالیانه در طول عمر معدن

محدودیت کارخانه فرآوری باعث شده است تا مقدار تناژ استخراجی در حالت دوم نسبت به حالت اول از سال‌های ۴ تا ۱۰ کاهشی معادل ۲,۰۲ میلیون تن داشته باشد. این کاهش تولید مربوط به موادی است که نمی‌توانند در عیار قابل قبول استخراج کارخانه فرآوری به عنوان ماده معدنی ظاهر شوند و مدل آن مواد را به عنوان باطله استخراج نمی‌کند (بخش خاکستری در شکل ۵). توجه به این نکته ضروری است که در سال اول از عمر معدن تناژ ماده معدنی استخراج شده در وجود محدودیت کارخانه فرآوری ۰,۰۳ میلیون تن بیشتر از حالتی است که این محدودیت در مدل نباشد. چرا که همانند شکل ۴-الف توزیع عیار در بخش‌های جنوبی بیشتر و استخراج از بخش‌های جنوبی به سمت بخش‌های شمالی است.

این روند استخراج با عنوان راستای پیشروی استخراج به وسیله محدودیت تقدم‌بندی استخراج (معادله ۸) [۲۵] به هر

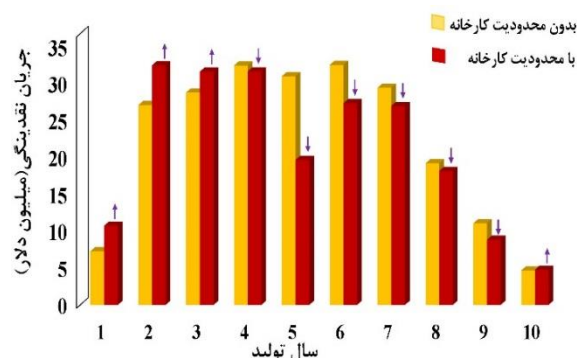
محدودیت را رعایت کند، بنابراین مقادیر تناژ استخراجی از دهانه‌های تخلیه با توجه به عیار آنها است و ظرفیت استخراج در سال‌های عمر معدن تحت تاثیر این عامل خواهد بود. بدین ترتیب مدل سعی می‌کند تا تولید همگن و یکنواختی از ماده معدنی بر اساس عیار کارخانه داشته باشد. همان‌طور که در شکل ۸ مشاهده می‌شود در نمودار عیار تولیدی با محدودیت کارخانه فرآوری، عیارهای تولیدی در عمر معدن روند تقریباً یکنواختی داشته و تغییرات گسترده در عیارهای تولیدی سال‌های مختلف مشاهده نمی‌شود. بدین ترتیب ترفیق‌شدگی به طور غیرمستقیم از طریق محدودیت کارخانه فرآوری در دهانه‌های تخلیه کنترل شده است. این در حالی است که اگر محدودیت کارخانه فرآوری در مدل نباشد تفاوت در عیارهای تولیدی در سال‌های مختلف عمر معدن زیاد است.



شکل ۸: عیار تولید سالیانه بر اساس محدودیت کارخانه فرآوری

تولید همگن با محدودیت کارخانه فرآوری باعث شده است تا حداکثر اختلاف در عیارهای استخراجی دوران مختلف از عمر معدن ۰٫۰۲ درصد باشد. این در حالی است که چنین اختلافی در عیارهای تولیدی سال‌های مختلف در صورت عدم وجود محدودیت کارخانه فرآوری ۰٫۱۲ درصد باشد. بدین ترتیب عدم توزیع متناسب از عیار استخراجی در حالت اول و بدون محدودیت کارخانه فرآوری ۲۴ درصد از حداکثر عیار دهانه‌های تخلیه است و با وجود محدودیت کارخانه فرآوری چنین توزیعی به ۴ درصد کاهش می‌یابد.

شکل ۷ تغییرات گردش جریان نقدینگی در طول عمر تولید معدن را نشان می‌دهد. روند کلی تغییرات جریان نقدینگی در هر دو حالت تقریباً یکسان است. ولی در سال‌های اول به دلیل تولید عیارهای بالاتر مقدار نقدینگی محاسبه شده از حالت دوم بیشتر از حالت اول است. با رفتن به دوران آخر از عمر معدن محدودیت عیار کارخانه مانع از تولید مواد معدنی با عیارهای کمتر از محدوده خوراک کارخانه شده است، بنابراین نقدینگی نیز کاهش می‌یابد. از آنجایی که در حالت اول محدودیت کارخانه وجود ندارد، بنابراین مدل بدون توجه به باطله یا ماده معدنی بودن محصول استخراجی، مقدار نقدینگی بیشتری را در سال‌های ۴ تا ۱۰ نشان می‌دهد. جدول ۵ مقادیر NPV به دست آمده از هر دو حالت را نشان می‌دهد. وجود محدودیت کارخانه فرآوری همراه با تولید کمتر ماده استخراجی است، بنابراین مقدار NPV در حالت دوم با توجه به عیار و تناژ استخراجی محاسبه شده است. همین عامل باعث شده است تا مقدار NPV در حالت دوم نسبت به حالت اول (M\$) ۱۱٫۴ کمتر باشد.



شکل ۷: نمودار گردش جریان نقدینگی بر اساس مدل

شکل ۸ توزیع عیارهای تولید سالیانه را در راستای پیشروی استخراج برای هر دو حالت نشان می‌دهد. رعایت حداقل عیار استخراجی در حالت دوم باعث شده است تا در هیچ کدام از سالیان عمر معدن عیار تولیدی کمتر از ۰٫۴۲ درصد نباشد. این در حالی است که در حالت اول به دلیل عدم وجود محدودیت کارخانه، مدل MILP عیارهای استخراجی خود را در دوره اول تا ۰٫۳۴ درصد و در دوره ۹ تا ۰٫۳۹ درصد کاهش داده است. عامل محدودیت تولید عیار نسبی باعث می‌شود مدل استخراج همگن از دهانه‌های تخلیه کند تا همیشه بتواند این

شده است از لحاظ عیار تحویلی به کارخانه فرآوری وضعیت همگن داشته و حداکثر اختلاف عیار تحویلی به کارخانه در طی سال‌های مختلف به ۰٫۰۲ درصد برسد. این در حالی است که بدون در نظر گرفتن محدودیت‌های عیار کارخانه فرآوری اختلاف عیار در سال‌های مختلف به ۰٫۱۲ درصد می‌رسد. تولید همگن در معادن تخریب بلوکی به معنای کاهش ارتفاع متناسب ستون سنگی در بالای دهانه‌های تخلیه در اثر خروج مواد استخراجی است، بنابراین نشست در سطح زمین با توجه به آهنگ تخلیه متناسب مواد از دهانه‌های تخلیه قابل کنترل است و با کمترین آثار مخرب به زیرساخت‌های معدنی همراه است. همچنین محاسبات این تحقیق نشان داد که در نظر گرفتن محدودیت‌های عیار کارخانه فرآوری در مدل MILP به کاهش (M\$) ۱۱٫۴ در NPV محاسبه شده نسبت به مدل بدون لحاظ محدودیت‌های کارخانه فرآوری منجر شده است. از آنجایی که بدون لحاظ محدودیت عیار کارخانه، فقط تناژ استخراجی به عنوان عامل موثر در درآمد است، بنابراین مدل با افزایش تناژ تولید درآمد را افزایش می‌دهد. این در حالی است که با لحاظ کردن محدودیت عیار کارخانه فرآوری تناژ ماده معدنی با توجه به عیار آن در محاسبات NPV وارد می‌شود، بنابراین مقدار NPV با لحاظ محدودیت عیار کارخانه فرآوری کاهش می‌یابد ولی این کاهش فقط ۹ درصد از NPV مدل بدون لحاظ محدودیت عیار کارخانه فرآوری است، چرا که مدل MILP با توجه به تابع هدف که افزایش NPV است سعی دارد مقدار NPV را در بالاترین سطح ممکن نگه دارد.

بر مبنای هر آنچه گفته شد محدودیت عیار کارخانه فرآوری به عنوان یک عامل مهم در کنترل ترقیق‌شدگی و نشست در معادن تخریب بلوکی مطرح است. جهت بررسی بیشتر تاثیر این محدودیت پیشنهاد می‌شود در تحقیقات بعدی ترقیق‌شدگی در داخل هر دهانه تخلیه به عنوان یک محدودیت جدید در مدل‌های MILP وارد شود. همچنین محدودیت جدیدی در ارتباط با چگونگی کنترل تنش در طبقات سنگی بالای دهانه‌های تخلیه لازم است تا به طور مستقیم مقدار نشست‌های رخ داده در اثر استخراج و کنترل عیار کارخانه فرآوری به دست آید.

#### ۵- مراجع

- [1] Sloan, D. (1983). "Mine Management, Chapman and Hall". London, ISBN 041224070X: 495.
- [2] Topal, E. (2008). "Early start and late start algorithms to improve the solution time for long-term underground

بر مبنای هر آنچه گفته شد مدل MILP با داشتن تمام محدودیت‌های زمین‌شناسی، عملیاتی، ژئوتکنیکی و متالورژیکی ظرفیت تولید سالیانه مناسبی برای رسیدن به حداکثر NPV دارد. محدودیت کارخانه فرآوری بر اساس خوراک کارخانه فرآوری استخراجی از دهانه‌های تخلیه را به نحوی کنترل می‌کند تا شروع فعالیت از دهانه‌ها و مقدار ماده استخراجی از آنها با در نظر گرفتن عیار مورد نیاز کارخانه باشد. در چنین حالتی باطله استخراجی به حداقل رسیده و کنترل مناسبی از ترقیق‌شدگی دهانه‌های تخلیه انجام می‌گیرد.

#### ۴- نتیجه‌گیری

این تحقیق با هدف توسعه محدودیت عیار کارخانه فرآوری در مسایل زمان‌بندی تولید معادن تخریب بلوکی ارائه شده است. کنترل آثار محیط زیستی مخرب استخراج و افزایش بهره‌وری تولید کارخانه فرآوری تابعی از کنترل تناژ و عیار تولیدی از دهانه‌های تخلیه است، بنابراین باید عامل محدودیت کارخانه فرآوری در مسایل زمان‌بندی تولید به عنوان یکی از اجزای اصلی در طراحی قرار بگیرد. نتایج اجرای مدل‌های MILP پیشنهادی بر روی ۸۵ دهانه تخلیه نشان داد مقدار ماده معدنی استخراج شده زمانی که محدودیت‌های عیار کارخانه فرآوری در مدل اعمال می‌شود نسبت به حالتی که محدودیت کارخانه فرآوری در نظر گرفته نشده باشد در دوران اول از عمر معدن افزایش ۳۰۰۰۰۰ تن داشته و در سال‌های آخر عمر معدن کاهش تولید معادل ۲٫۰۲ میلیون تن دارد. دلیل این موضوع تاثیر عیار مطلوب کارخانه فرآوری است چرا که در سال‌های اول از عمر معدن دهانه‌های تخلیه در مناطق با عیارهای بالا و با رسیدن به اواخر عمر معدن دهانه‌های تخلیه فعال در مناطقی با عیارهای کم قرار دارد. بدین ترتیب مدل در تمام مناطق با در نظر گرفتن حداکثر عیار قابل قبول کارخانه فرآوری، سعی در افزایش تولید از دهانه‌های تخلیه با عیارهای بالا داشته و با توجه به حداقل عیار مجاز کارخانه فرآوری سعی در کاهش تولید از دهانه‌های تخلیه با عیارهای پایین‌تر از آن را دارد. این در حالی است که چنین موردی برای مدل‌های فاقد محدودیت کارخانه فرآوری وجود ندارد و این مدل همواره سعی در تولید با تناژهای بالا از تمام دهانه‌های تخلیه بدون توجه به عیار آن‌ها دارد. طبق نتایج به دست آمده از اجرای مدل‌ها محدودیت تولید عیار نسبی باعث شده است تولید در مدلی که محدودیت‌های عیار کارخانه فرآوری در نظر گرفته



- [14] Chanda, E. C. K. (1990). "An application of integer programming and simulation to production planning for a stratiform ore body". Mining Science and Technology, 11(2): 165-172.
- [15] Guest, A. R., Van Hout, G. J., and Von Johannides, A. (2000). "An Application of Linear Programming for Block Cave Draw Control". MassMin. Brisbane, Australia, the Australasian Institute of Mining and Metallurgy, 461-468.
- [16] Smith, M. L., and Rahal D. (2001). "Draw Control Optimisation in the Context of Production Scheduling". 17th International Mining Congress and Exhibition of Turkey- IMCET2001, Turkey, 831-838.
- [17] Rubio, E. (2002). "Long term planning of block caving operations using mathematical programming tools". Mining and Mineral Process Engineering, the University of British Columbia, Master of Applied Science, pp. 126.
- [18] Epstein, R., Goic, M., Weintraub, A., Catalan, J., Santibanez, P., Urrutia, R., Cancino, R., Gaete, S., Aguayo, A., and Caro, F. (2012). "Optimizing Long-Term Production Plans in Underground and Open-Pit Copper Mines". Operations Research, 60(1): 4-17.
- [19] Rahal, D., Smith, M., Smoljanovic and Hout, G., and Von Johannides, A. (2003). "The use of mixed integer linear programming for long-term scheduling in block caving mines". Application of Computers and Operations Research in the Minerals Industries, South African Institute of Mining and Metallurgy, 123-132.
- [20] Smoljanovic, M., Rubio, E., and Morales, N. (2011). "Panel Caving Scheduling Under Precedence Constraints Considering Mining System". 35th APCOM Symposium, Wollongong, NSW, Australia, 407-417.
- [21] Pourrahimian, Y., Askari-Nasab, H., and Tannant, D. (2012). "Mixed-Integer Linear Programming formulation for block-cave sequence optimization". International Journal of Mining and Mineral Engineering, 4(1): 26-49.
- [22] Pourrahimian, Y., and Askari-Nasab, H. (2014). "An application of mathematical programming to determine the best height of draw in block-cave sequence optimization". Mining Technology (Mining Technology IMM Transactions Section A), 123(3): 162-172.
- [23] Alonso-Ayuso, A., Carvallo, F., Escudero, L. F., Guignard, M., Pi, J., Puranmalka R., and Weintraub, A. (2014). "Medium range optimization of copper extraction planning under uncertainty in future copper prices". European Journal of Operational Research, 233(3): 711-726.
- [24] Nezhadshahmohammad, F., Aghababaei, H., and Pourrahimian, Y. (2017). "Conditional draw control mine production scheduling". Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy, 108: 99-107.
- [3] Ahmed, H. M., Eberhardt, E., and Dunbar, W. S. (2014). "Interaction between block caving and rock slope deformation kinematics as a function of cave position and orientation of discontinuities". Mining Technology, 123: 140-148.
- [4] Susaeta, A., Rubio, E., Henríquez, J., and Pais, G. (2008). "Dilution behaviour at Codelco panel cave mines". 5th International Conference and Exhibition on Mass Mining, Lulea Sweden, 9-20.
- [5] Verdugo, R., and Ubilla, J. (2004). "Geotechnical analysis of gravity flow during block caving". Professor of Geotechnical Engineering, University of Chile, Chile, 195-200.
- [6] Brown, E. T. (2003). "Block caving geomechanics". 1st Ed., Julius Kruttschnitt Mineral Research Centre, The University of Queensland Australia, pp. 515.
- [7] Rubio, E. (2006). "Block cave mine infrastructure reliability applied to production planning". NR13037 Ph.D., The University of British Columbia, Canada, pp. 142.
- [8] Alford, C., Brazil, M., and Lee, D. (2007). "Optimization in Underground Mining". In Handbook Of Operations Research In Natural Resources, Weintraub, A., Romero, C., Bjorndal, T., Epstein, R., and Miranda, J. Eds., Springer US., 561-577.
- [9] Chanda, E. K. C., and Dagdelen, K. (1995). "Optimal blending of mine production using goal programming and interactive graphics systems". International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment, 9(4): 203-208.
- [10] Pourrahimian, Y., Askari-Nasab, H., and Tannant, D. (2013). "A multi-step approach for block-cave production scheduling optimization". International Journal of Mining Science and Technology, 23(5): 739-750.
- [11] Maybee, B. M. (2011). "A Risk-based Evaluation Methodology for Underground Mine Planning". NR71893 Ph.D, Laurentian University, Canada, pp. 172.
- [12] Riddle, J. (1976). "A Dynamic Programming Solution of a Block - Caving Mine Layout". In Proceedings APCOM, International Symposium on the Application of Computers and Operations Research in the Minerals Industries, 767-780.
- [13] Song, X. (1989). "Caving process simulation and optimal mining sequence at Tong Kuang Yu mine". China, 386-392.



*system in block-cave production scheduling using mathematical programming*". International Journal of Mining, Reclamation and Environment, 33(4): 1-24.

- 
- <sup>1</sup> Sloan  
<sup>2</sup> Planning  
<sup>3</sup> Topal  
<sup>4</sup> Humboldt  
<sup>5</sup> Riddle  
<sup>6</sup> Song  
<sup>7</sup> Smith and Rahal  
<sup>8</sup> Rubio  
<sup>9</sup> Smoljanovic  
<sup>10</sup> Alonso-Ayuso

[25] Nezhadshahmohammad, F., Pourrahimian, Y., and Aghababaei, H. (2018). "Presentation of a multi-index clustering technique for the mathematical programming of block-cave scheduling". International Journal of Mining Science and Technology, 28(6): 941-950.

[26] Rahal, D. (2008). "Draw Control in Block Caving Using Mixed Integer Linear Programming". Ph.D, the University of Queensland, pp. 342.

[۲۷] نژادشاه محمد، ف.، فتحی، م. ب.؛ ۱۳۹۸؛ "ارائه روشی برای کنترل راستای پیشروی استخراج تخریب بلوکی". نشریه علمی مهندسی منابع معدنی، دوره پنجم، شماره ۱، ص ۴۱-۵۷. DOI: 10.30479/jmre.2019.10359.1246



## Economical Assessment of Block Cave Method Respect to the Processing Factory Constraints

Fathi M.B.<sup>1\*</sup>, Nezhadshahmohammad F.<sup>2, 3</sup>, Chehrehgani S.<sup>3</sup>

- 1- Assistant Professor, Dept. of Mining Engineering, Faculty of Engineering, Urmia University, Iran  
mb.fathi@urmia.ac.ir
- 2- Assistant Professor, Dept. of Mining Engineering, Faculty of Engineering, Urmia University, Iran  
f.shahmohammadi@urmia.ac.ir
- 3- Assistant Professor, Dept. of Mining Engineering, Faculty of Engineering, Urmia University, Iran  
s.chehrehgani@urmia.ac.ir

(Received: 13 Jan. 2020, Accepted: 04 Apr. 2020)

**Abstract:** Production planning defines the drawpoint extraction percentage in order to a deterministic destination (processing factory) according to scheduling objectives. One of the main problems in such planning is related to the lack of integration designing factors. So, there is a need to develop a model for mine scheduling using all factors influencing the strategic plan. In the current study, the Mixed Integer Linear Programming (MILP) has been developed according to metallurgical constraints. The maximum and minimum cut of grade as well as relative grade constraints are used to produce a real production from drawpoints according to the dilution control. The CPLEX software is used as a MILP solving framework, and also MATLAB to develop mathematical models. The application of the models based on metallurgical constraints was validated using 85 drawpoints over 12 periods. The results showed that in usual condition, the reduction of NPV was only 9% with the proportional non-distribution of average grade 24% of the maximum grade in the drawpoints, while by applying the metallurgical constraint this was reduced to 4%. Finally applying the metallurgical constraints with other operational constraints presented the real production planning.

**Keywords:** Maximum and minimum grade constraint, Relative grade constraint, Production planning, MILP.

### INTRODUCTION

Mine planning consists of defining the source, destination and extraction time of ore and waste during the mine-life. Production scheduling of any mining system has an enormous effect on the operation's economics. Nowadays, production scheduling is one of the key components in determining mine viability, because the mining industry faces lower grade and marginal reserves. Improvements in computing power and scheduling algorithms over the past years have allowed planning engineers to develop models to schedule even more complex mining systems [1].



A production scheduling methodology that is based on a limited number of influential parameters will lead to optimistic production schedules. In addition, the metallurgical requirements of processing factory must be considered for production scheduling.

Chanda [2] used MIP combining simulation to schedule drawpoint production in a block-caving operation. Rubio [3] noted that Chanda has not recognized the fact that the set of constraints is a function of the planning horizon under study. Guest et al. [4] assumed that by following a set of surfaces that conceptually define a draw control strategy, dilution can be minimized and therefore the net present value (NPV) can be maximized. Smith and Rahal [5] reviewed the state-of-the-art in production schedule optimization and compared the complications related to caving. Rahal et al. [6] described mixed-integer linear goal programming (MILGP) models. The models had the dual objectives of minimizing the sum of the production and external sources depletion. This algorithm assumes that the optimal draw strategy is known. Diering [7] presented a non-linear programming optimization method to maximize NPV and minimize the deviation between a current draw profile and the target defined by the mine planner. Smoljanovic et al. [8] presented an MILP model to optimize the NPV value in a panel cave mine to study the drawpoints' opening sequence. The emphasis is in the precedence, geometrical, and production constraints. Epstein et al. [9] presented and solved a MIP model with an objective function of maximizing the NPV that was successfully used in Chilean copper mines by Codelco for both underground and open-pit extraction. Their model uses the drawpoint as the exploitation unit for underground. As in Parkinson, the extraction rate of the Epstein method had a constant value in the mine life. Alonso-Ayuso et al. [10] considered a planning MIP medium range problem for the El Teniente mine in Chile to maximize NPV by introducing explicitly the issue of uncertainty. Nezhadshahmohammad et al. [11, 12] presented a comprehensive MILP model in block caving. All above research summarized several authors' attempts to use different methods to develop methodologies for optimizing production scheduling in block-caving operations. But in all of them have not applied the metallurgical constraints. So, there is a need to present a model with responding the processing parameters. In the current paper the propose model by Nezhadshahmohammad et al. [11,12] are modified and added the maximum and minimum acceptable grade of processing factory and relate grade as a metallurgical constraints.

## MODEL FORMULATION

The presented MILP model is developed in MATLAB and solved in the IBM ILOG CPLEX environment. CPLEX uses a branch-and-bound algorithm to solve the MILP model, assuring an optimal solution if the algorithm is run to completion. The gap tolerance (EPGAP) of 1% is used as an optimization termination criterion.

Metallurgical constraint forces the mining system to achieve the desired grade. It ensures that the average grade of production is within the desired range in each period. The maximum and minimum acceptable grade for processing factory calculated by Equation 1. The relative grade according to processing parameters achieve from Equation 2.

$$\sum_{p=1}^P Ton_p \times G_{l,p,t} \times U_{p,t} \leq \sum_{p=1}^P Ton_p \times G_{ave,p,t} \times U_{p,t} \leq \sum_{p=1}^P Ton_p \times G_{u,p,t} \times U_{p,t} \quad (1)$$

$$\left[ Ton_p - Ton_q + Ton_q (1 - Z_{q,t}) \right] \times G_{l,p,t} \leq \sum_{t=1}^T (DR_{p,t} \times G_{ave,p,t}) - \sum_{t=1}^T (DR_{q,t} \times G_{ave,q,t}) \leq \quad (2)$$

$$\left[ Ton_p - Ton_q + Ton_q (1 - Z_{q,t}) \right] \times G_{u,p,t}$$

## IMPLEMENTATION OF MODEL

The performance of the proposed MILP models was analyzed based on maximizing the NPV at a discount rate of 12% as a function objective and all operational, geological and geotechnical constraints while assuring that all constraints were satisfied during the mine-life.

The database consists 85 drawpoints must be modeled in 10 periods. Figure 1 illustrates the average grade of production in two states (with metallurgical constraint and without it).

Indices	
$p \in \{1, \dots, P\}$	Index for drawpoints.
$t \in \{1, \dots, T\}$	Index for scheduling periods.
$U_{p,t} \in [0, 1]$	Continuous decision variable, representing the portion of draw column $p$ to be extracted in period $t$ .
$Z_{p,t} \in \{0, 1\}$	Binary decision variable controlling the precedence of extraction of drawpoints. It is equal to 1 if extraction from drawpoint $p$ is started in period $t$ ; otherwise it is 0.
$P$	Maximum number of drawpoints in the model.
$DR_{l,p,t}$	Minimum possible draw rate of drawpoint $p$ in period $t$ .
$DR_{u,p,t}$	Maximum possible draw rate of drawpoint $p$ in period $t$ .
$Ton_p$	Total tonnage of material within the draw column associated with drawpoint $p$ .
$G_{u,p,t}$	Upper limit of the acceptable average head grade of drawpoint $p$ in period $t$ .
$G_{l,p,t}$	Lower limit of the acceptable average head grade of drawpoint $p$ in period $t$ .
$G_{ave,p,t}$	Average grade of drawpoint $p$ .

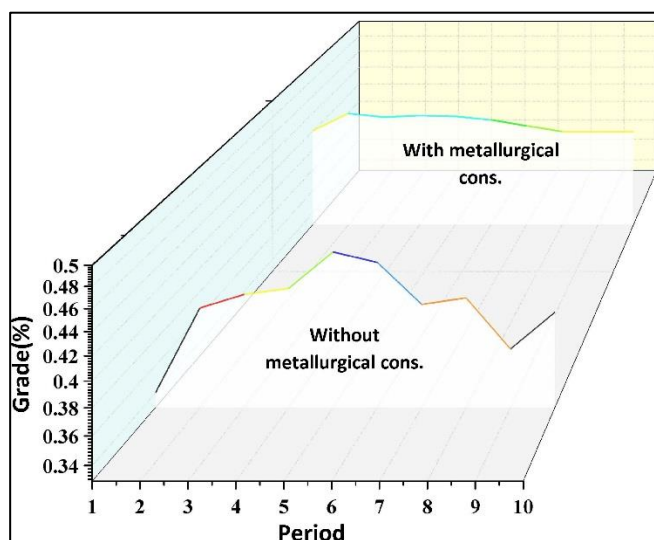


Figure 1. Production grade with MILP model

Table 1 show the results of MILP model with consideration the metallurgical constraints and without mentioned constraints.

Table 1. MILP model results

Model	CPU	NPV (M\$)	Produced Grade			Tonnage (Mt)	Ectract (%)
			MIN.	MAX	AVE.		
With Metallurgical Cons.	00:01:45	125.7	0.34	0.46	0.4	10.09	80
Without Metallurgical Cons.	00:49:42	114.3	0.42	0.44	0.43	8.04	63

The average grade calculation from MILP model in 10 period has been showed in Figure 1.

With presence of metallurgical constraints, during the mine life the average grade of the production was

in a smooth manner and the maximum, minimum and average grade was in a same level. In the second model without the metallurgical constraints, during the mine life the average grade of the production was higher than 24 % of maximum grade of drawpoints. So, the second model cannot control the dilution.

## CONCLUSIONS

This paper presented a practical application of metallurgical constraints in mathematical production scheduling optimization. MILP formulation for block-cave production schedule was developed, implemented, and tested in the CPLEX/IBM environment. The formulation maximizes the NPV subject to defined operational constraints. To manage drawpoint grade production, the two shape of processing constraints which limits production based on the amount of material that has been drawn according to factory acceptable grade was established. This means that production depends on the cumulative grade mined from a drawpoint. The results show that by applying the metallurgical constraints as compared to those not, only by 9% reduction in NPV the proportional non-distribution of average grade without metallurgical constraints is 24% of the maximum grade in the drawpoints and by responding to the metallurgical constraint decrease to 4%. Consequently, drawing pattern and dilution are controlled by using introduced mathematical model.

## REFERENCES

- [1] Alford, C., Brazil, M., and Lee, D. (2007). "Optimization in Underground Mining". In Handbook Of Operations Research In Natural Resources, Weintraub, A., Romero, C., Bjorndal, T., Epstein, R., and Miranda, J. Eds., Springer US., 561-577.
- [2] Chanda, E. C. K. (1990). "An application of integer programming and simulation to production planning for a stratiform ore body". Mining Science and Technology, 11(2): 165-172.
- [3] Rubio, E. (2006). "Block cave mine infrastructure reliability applied to production planning". NR13037 Ph.D, The University of British Columbia, Canada, pp. 142.
- [4] Guest, A. R., Van Hout, G. J., and Von Johannides, A. (2000). "An Application of Linear Programming for Block Cave Draw Control". MassMin. Brisbane, Australia, the Australasian Institute of Mining and Metallurgy, 461-468.
- [5] Smith, M. L., and Rahal D. (2001). "Draw Control Optimisation in the Context of Production Scheduling". 17th International Mining Congress and Exhibition of Turkey- IMCET2001, Turkey, 831-838.
- [6] Rahal, D., Smith, M., Van Hout, G., and Von Johannides, A. (2003). "The use of mixed integer linear programming for long-term scheduling in block caving mines". Application of Computers and Operations Research in the Minerals Industries, South African Institute of Mining and Metallurgy, 123-132.
- [7] Diering, T. (2004). "Computational considerations for production scheduling of block cave mines". In Proceedings of MassMin 2004, Santiago, Chile, 135-140.
- [8] Smoljanovic, M., Rubio, E., and Morales, N. (2011). "Panel Caving Scheduling Under Precedence Constraints Considering Mining System". 35th APCOM Symposium. Wollongong, NSW, Australia, 407-417.
- [9] Epstein, R., Goic, M., Weintraub, A., Catalan, J., Santibanez, P., Urrutia, R., Cancino, R., Gaete, S., Aguayo, A., and Caro, F. (2012). "Optimizing Long-Term Production Plans in Underground and Open-Pit Copper Mines". Operations Research, 60(1): 4-17.
- [10] Alonso-Ayuso, A., Carvallo, F., Escudero, L. F., Guignard, M., Pi, J., Puranmalka R., and Weintraub, A. (2014). "Medium range optimization of copper extraction planning under uncertainty in future copper prices". European Journal of Operational Research, 233(3): 711-726.
- [11] Nezhadshahmohammad, F., Aghababaei, H., and Pourrahimian, Y. (2017). "Conditional draw control system in block-cave production scheduling using mathematical programming". International Journal of Mining, Reclamation and Environment, 33(4): 1-24.
- [12] Nezhadshahmohammad, F., Pourrahimian, Y., and Aghababaei, H. (2018). "Presentation of a multi-index clustering technique for the mathematical programming of block-cave scheduling". International Journal of Mining Science and Technology, 28(6): 941-950.