

## مدل پیشنهادی برای اصلاح روش نیوتن - رافسون در تحلیل شبکه‌های تهویه

ابراهیم الهی زینی<sup>۱</sup>، فرهنگ سرشکی<sup>۲</sup>، رضا خالوکاکایی<sup>۲</sup>

۱- دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود  
۲- استاد، دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود

(دریافت ۱۳۹۷/۱۲/۰۵، پذیرش ۱۳۹۸/۰۶/۱۲)

### چکیده

طراحی شبکه‌های تهویه به دو روش دستی و رایانه‌ای انجام می‌شود. طراحی رایانه‌ای بر پایه روش‌های تقریبی ریاضی استوار است. برای طراحی شبکه‌های تهویه می‌توان از روش‌های تقریبی ریاضی متعددی مانند روش نیوتن-رافسون، روش هاردی کراس و مدل‌های اصلاح شده آن، مسیر بحرانی، تکنیک‌های بهینه‌سازی، روش خطی و برنامه‌ریزی غیرخطی استفاده کرد. روش نیوتن-رافسون یکی از روش‌های حل معادلات غیرخطی در علم ریاضی است که بر پایه تعریف مشتق و تصحیح آن استوار است. در این مقاله روش یاد شده بررسی و مشاهده شد که در بعضی از مدل‌ها قادر به یافتن جواب نهایی صحیح نیست و به جای همگرایی سبب واگرایی به جواب نهایی می‌شود. همچنین استفاده از روش نیوتن-رافسون در تحلیل شبکه‌های بزرگ تهویه نیازمند حجم محاسبات ریاضی زیادی است، بنابراین در این مقاله روش یاد شده اصلاح شده و روش جدیدی با عنوان روش نیوتن-رافسون بدون مشتق ارائه می‌شود که اولاً همواره همگرا است و ثانیاً در شبکه‌های حجیم به دلیل کاهش حجم محاسبات ریاضی سریع‌تر به جواب نهایی می‌رسد.

### کلمات کلیدی

شبکه‌های تهویه، روش‌های تقریبی ریاضی، روش نیوتن-رافسون، روش نیوتن-رافسون بدون مشتق.

## ۱- مقدمه

استفاده از روش نیوتن-رافسون است. این روش اولین بار توسط ونگ<sup>۱</sup> برای تحلیل شبکه‌های تهویه معادن مورد استفاده قرار گرفت [۷]. همچنین روش یاد شده نیز توسط مدنی و ملکی برای تحلیل تعدادی از شبکه‌های تهویه معادن استفاده شده است [۱۳،۱۲].

در این مقاله، روش نیوتن-رافسون در تحلیل شبکه‌های تهویه بررسی و تکمیل می‌شود زیرا این روش در برخی مدل‌ها دچار واگرایی می‌شود [۱]. همچنین حجم محاسبات ریاضی این روش برای شبکه‌های حجیم، به شدت افزایش می‌یابد. همچنین برای کاهش حجم محاسبات این روش، لازم شد، روش جدیدی با عنوان روش نیوتن-رافسون بدون مشتق برای تحلیل شبکه‌های تهویه در این مقاله ارائه شود.

## ۲- روش نیوتن-رافسون

روش نیوتن-رافسون بر پایه تعریف مشتق و تصحیح آن استوار است. در این روش مقدار خطای حدس اولیه برای حل معادله برآورد و سپس نسبت به تصحیح حدس اولیه اقدام می‌شود. در نتیجه معادلات ریاضی آن را می‌توان طبق رابطه‌های ۱ تا ۳ بیان کرد [۱۲،۳،۱].

الف- تعریف مشتق

$$f'(x) = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \Rightarrow x_2 - x_1 = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{f'(x)} \quad (1)$$

$$f(x_2) = 0 \Rightarrow x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$$

ب- شبیه‌سازی معادله شدت جریان شاخه‌ها در روش نیوتن-رافسون ( $\Delta Q$ )

$$f_n = f(H_n) = f(\Delta P_n) = f(R_n Q_n^2)$$

$$\Rightarrow \Delta Q_{n+1} = \Delta Q_n - \frac{f(H_n)}{\frac{\partial f_n}{\partial \Delta Q}} \quad (2)$$

پ- شبیه‌سازی معادله افت فشار شاخه‌ها در روش نیوتن-رافسون ( $H = \Delta P$ )

$$f_n = f(H_n) = f(\Delta P_n) = f(R_n Q_n^2)$$

$$\Rightarrow H_{n+1} = H_n - \frac{f(H_n)}{\frac{\partial f_n}{\partial H}} \quad (3)$$

برای طراحی تهویه معادن نیاز به تهیه یک کروکی یا یک نقشه از شبکه تهویه معدن است. با توجه به کروکی یا نقشه معدن، انواع گره‌ها و شاخه‌های موجود در شبکه تهویه شناسایی می‌شوند، سپس با استفاده از این اطلاعات سایر محاسبات شبکه تهویه انجام می‌شود. این موارد شامل محاسبه مقاومت معدنی هر یک از شاخه‌ها، محاسبه شدت جریان هوا برای هر یک از شاخه‌ها، شدت جریان اصلاح شده شبکه تهویه، محاسبه افت فشار برای هر یک از شاخه‌ها، محاسبه تهویه طبیعی در شبکه، تعدیل شبکه و انتخاب دریچه و بادبزن مناسب به همراه انتخاب بادبزن اصلی شبکه است [۲،۱].

طراحی تهویه معادن به دو روش دستی و رایانه‌ای انجام می‌شود. در روش طراحی دستی، مشخصات انواع بادبزن‌های اصلی، بادبزن‌های فرعی و دریچه‌های تنظیم‌کننده هوا به همراه مکان آن‌ها در شبکه تهویه مشخص می‌شود ولی در روش طراحی رایانه‌ای، تاثیر یک یا چند بادبزن بر شبکه معدن مشخص می‌شود. روش رایانه‌ای بر پایه روش‌های تقریبی ریاضی استوار است [۱].

در روش‌های تقریبی ریاضی لازم است با توجه به قانون گره‌ها و مشخص بودن بادبزن‌های شبکه، یک شدت جریان فرضی با جهت فرضی صحیح در هر یک از شاخه‌های شبکه معدن در نظر گرفته شود، سپس با استفاده از معادلات ریاضی خطای هر حلقه برآورد و شدت جریان فرضی هوا تصحیح می‌شود. عملیات تصحیح شدت جریان هوا بر اساس رابطه ریاضی ارائه شده مادامی انجام می‌شود که خطای محاسبات کمتر یا مساوی دقت انجام محاسبات شود. استفاده از روش‌های ریاضی برای حل شبکه‌های حجیم و پیچیده نیازمند استفاده از رایانه است. نرم‌افزارهای رایانه‌ای مختلفی برای تحلیل شبکه‌های تهویه در معادن ارائه شده است که یکی از معروف‌ترین آن‌ها نرم‌افزار ونت‌سیم<sup>۱</sup> است. این نرم‌افزار بر اساس معادله هاردی کراس<sup>۲</sup> طراحی شده است [۳،۱].

سایر روش‌های تقریبی ریاضی همچون روش هاردی کراس در سال ۱۹۳۶ [۵،۴]، روش‌های بهینه‌سازی<sup>۳</sup> در سال ۱۹۷۸ [۶]، مسیر بحرانی<sup>۴</sup> در سال ۱۹۸۲ [۷]، برنامه‌ریزی غیرخطی<sup>۵</sup> در سال ۱۹۸۴ [۹،۸]، روش خطی<sup>۶</sup> در سال ۱۹۸۵ [۱۱،۱۰] و روش نیوتن-رافسون<sup>۷</sup> در سال ۱۹۹۰ [۱۲-۱۶]، برای تحلیل شبکه‌های تهویه به روش طراحی رایانه‌ای ارائه شده‌اند. یکی از روش‌های حل معادلات غیرخطی در علم ریاضی

بر این اساس تحلیل معادله‌های شدت جریان شاخه‌ها ( $\Delta Q$ ) و افت فشار شاخه‌ها ( $H = \Delta P$ ) از شبکه‌های تهویه با استفاده از روش نیوتن-رافسون مطابق روابط ۴ تا ۷ خواهد شد [۳]. مراحل حل روش نیوتن-رافسون بر اساس معادله شدت جریان شاخه‌ها ( $\Delta Q$ ) به شرح زیر است [۴-۱]:

که در این روابط:  
 $x_1$ : حدس اولیه  
 $x_2$ : جواب مرحله بعد  
 $f(x_1)$ : مقدار تابع بر اساس حدس اولیه  
 $f(x_2)$ : مقدار تابع بر اساس جواب نهایی (معادل صفر)  
 $f'(x_1)$ : مقدار مشتق تابع است.

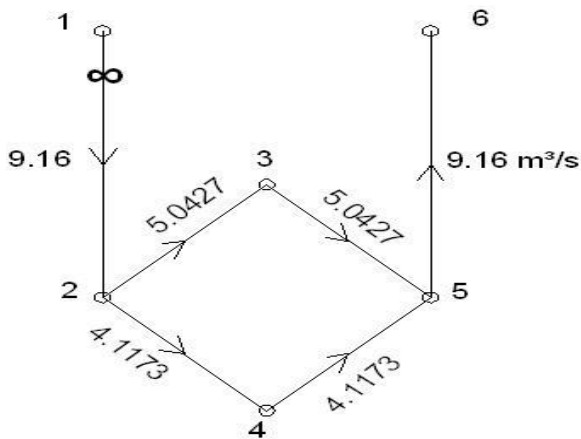
$$\begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \\ \vdots \\ \Delta Q_L \end{bmatrix}^{n+1} = \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \\ \vdots \\ \Delta Q_L \end{bmatrix}^n - \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_1} & \frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_L} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_1} & \frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_L} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_L}{\partial \Delta Q_1} & \frac{\partial f_L}{\partial \Delta Q_2} & \dots & \frac{\partial f_L}{\partial \Delta Q_L} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \vdots \\ f_L \end{bmatrix}^n = \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \\ \vdots \\ \Delta Q_L \end{bmatrix}^n - \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ \vdots \\ Z_L \end{bmatrix}^n \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_1} & \frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_L} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_1} & \frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_L} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_L}{\partial \Delta Q_1} & \frac{\partial f_L}{\partial \Delta Q_2} & \dots & \frac{\partial f_L}{\partial \Delta Q_L} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ \vdots \\ Z_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \vdots \\ f_L \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \\ \vdots \\ \Delta Q_L \end{bmatrix}^{n+1} = \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \\ \vdots \\ \Delta Q_L \end{bmatrix}^n - \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ \vdots \\ Z_L \end{bmatrix}^n \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ \vdots \\ H_L \end{bmatrix}^{n+1} = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ \vdots \\ H_L \end{bmatrix}^n - \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial H_1} & \frac{\partial f_1}{\partial H_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial H_L} \\ \frac{\partial f_2}{\partial H_1} & \frac{\partial f_2}{\partial H_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial H_L} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_L}{\partial H_1} & \frac{\partial f_L}{\partial H_2} & \dots & \frac{\partial f_L}{\partial H_L} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \vdots \\ f_L \end{bmatrix}^n = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ \vdots \\ H_L \end{bmatrix}^n - \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ \vdots \\ Z_L \end{bmatrix}^n \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial H_1} & \frac{\partial f_1}{\partial H_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial H_L} \\ \frac{\partial f_2}{\partial H_1} & \frac{\partial f_2}{\partial H_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial H_L} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_L}{\partial H_1} & \frac{\partial f_L}{\partial H_2} & \dots & \frac{\partial f_L}{\partial H_L} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ \vdots \\ Z_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \vdots \\ f_L \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ \vdots \\ H_L \end{bmatrix}^{n+1} = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ \vdots \\ H_L \end{bmatrix}^n - \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ \vdots \\ Z_L \end{bmatrix}^n \quad (7)$$

این مدل فرضی از دو گره سطحی (۶ و ۱) و چهار گره زیرزمینی (۲ تا ۵) تشکیل شده است. ابتدا این شبکه تهویه به روش تحلیلی تفسیر می‌شود، سپس به وسیله نرم‌افزار ونت‌سیم شبیه‌سازی شده و سرانجام روش نیوتن-رافسون بر روی این مدل اجرا می‌شود. نتایج روش تحلیلی و شبیه‌سازی نرم‌افزار ونت‌سیم با هم یکسان و توزیع شدت جریان هر یک از شاخه‌های شبکه یاد شده در شکل ۲ ارائه شده است.



شکل ۲: توزیع شدت جریان هوای اولین مدل به روش تحلیلی

مراحل تحلیلی روش نیوتن-رافسون در این شبکه تهویه فرضی به شرح زیر بیان می‌شود:  
الف- محاسبه مقاومت کلی شبکه

$$\frac{1}{\sqrt{R'}} = \frac{1}{\sqrt{0.1+0.2}} + \frac{1}{\sqrt{0.3+0.15}} \Rightarrow R' = 0.09092$$

$$R = 0.1 + 0.09092 + 0.1 \Rightarrow R = 0.29092$$

ب- تعیین حداقل شدت جریان تولیدی بادبزن

$$P_{Fan} = 90 + 2Q - Q^2 \quad (mmH_2O) \quad (9)$$

$$\Delta P = P_{Fan} \Rightarrow RQ^2 = 90 + 2Q - Q^2$$

$$0.29092 Q^2 = 90 + 2Q - Q^2 \Rightarrow Q = Q_{Fan} = 9.16 \text{ m}^3/\text{s}$$

پ- تعیین حداقل فشار تولیدی بادبزن

$$P_{Fan} = 90 + 2Q - Q^2$$

$$P_{Fan} = 90 + 2 \times 9.16 - 9.16^2 = 24.41 \text{ mmH}_2\text{O}$$

مرحله اول: با توجه به قانون گره‌ها یک شدت جریان فرضی با جهت فرضی برای هر یک از شاخه‌های شبکه تهویه در نظر گرفته می‌شود.

مرحله دوم: شناسایی حلقه‌های مفید در شبکه تهویه طبق رابطه ۸ و انتخاب یک جهت فرضی

$$N_R = N_B - N_U \quad (8)$$

که در این روابط:

$N_R$ : تعداد حلقه‌های مفید

$N_B$ : تعداد شاخه‌ها در شبکه تهویه

$N_U$ : تعداد گره‌های زیرزمینی در شبکه تهویه است.

مرحله سوم: محاسبه معادله  $\Delta Q$  بر اساس افت فشار هوا

برای هر یک از شاخه‌های شبکه

مرحله چهارم: تکرار عملیات فوق از مرحله سوم تا مادامی

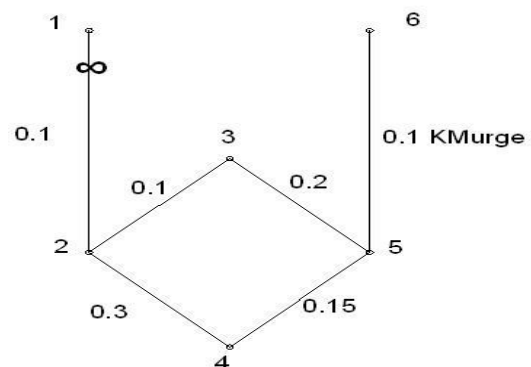
که مقادیر  $Z$  کمتر یا مساوی دقت انجام محاسبات شود.

### ۳- بررسی روش نیوتن-رافسون

برای بررسی این روش، ابتدا برنامه روش فوق بر اساس معادله شدت جریان شاخه‌ها ( $\Delta Q$ ) به زبان برنامه‌نویسی ++C تهیه شد. سپس این روش با دو مدل از شبکه تهویه مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته و نتایج این مدل بیانگر این مطلب است که روش نیوتن-رافسون در برخی مدل‌ها دچار واگرایی می‌شود.

#### ۳-۱- اولین شبکه تهویه

اولین شبکه تهویه فرضی در شکل ۱ ارائه شده است که یک بادبزن در گره ۱ مستقر و هوای تمیز را به صورت دهشی به سمت گره ۲ می‌دمد. فشار هوای تولید شده این بادبزن از معادله درجه ۲ تبعیت می‌کند که در رابطه ۹ ارائه شده است.



شکل ۱: اولین شبکه تهویه فرضی

$$\frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_2} = -0.2 \times (10 + \Delta Q_1 - \Delta Q_2) - 0.4 \times (10 + \Delta Q_1 - \Delta Q_2)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_1} = -0.4 \times (10 + \Delta Q_1 - \Delta Q_2) - 0.2 \times (10 + \Delta Q_1 - \Delta Q_2)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_2} = -0.2 \times (4 - \Delta Q_2) + 0.4 \times (10 + \Delta Q_1 - \Delta Q_2) + 0.2 \times (10 + \Delta Q_1 - \Delta Q_2) + 0.2 \times (4 - \Delta Q_2)$$

الف- محاسبات اولین تکرار

$$\Delta Q_1 = \Delta Q_2 = 0$$

$$\begin{bmatrix} 11.4 & -6 \\ -6 & 7.6 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 46.2 \\ -8.79 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5.892180 \\ 3.495142 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix}^1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5.892180 \\ 3.495142 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5.892180 \\ -3.495142 \end{bmatrix}$$

ب- محاسبات دومین تکرار

$$\Delta Q_1 = -5.892180, \quad \Delta Q_2 = -3.495142$$

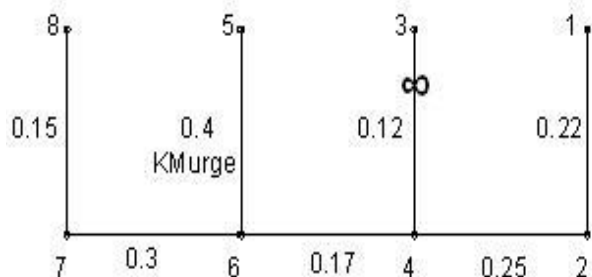
$$\begin{bmatrix} 4.658815 & -4.561777 \\ -4.561777 & 7.559834 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 17.346741 \\ -4.166941 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7.781358 \\ 4.144255 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix}^2 = \begin{bmatrix} -5.892180 \\ -3.495142 \end{bmatrix}^1 - \begin{bmatrix} 7.781358 \\ 4.144255 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -13.673538 \\ -7.639397 \end{bmatrix}$$

### ۲-۳- دومین شبکه تهویه

دومین شبکه تهویه فرضی در شکل ۴ ارایه شده است که یک بادبزن در گره ۳ مستقر و هوای تمیز را به صورت دهشی به سمت گره ۴ می‌دمد. فشار هوای تولید شده این بادبزن از معادله درجه ۲ تبعیت می‌کند که در رابطه ۱۰ ارایه شده است.



شکل ۴: دومین شبکه تهویه فرضی

ت- محاسبه شدت جریان سایر شاخه‌های شبکه تهویه بر اساس قوانین سری و موازی بودن شاخه‌ها

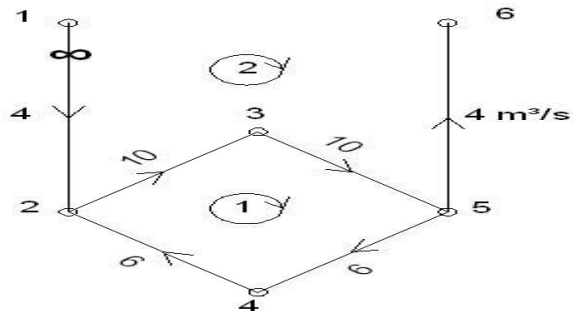
$$Q_{12} = Q_{56} = Q' = Q_{Fan} = 9.16 \text{ m}^3/\text{s} \quad (10)$$

$$R_{235} Q_{235}^2 = R_{245} Q_{245}^2 = R' Q'^2$$

$$(0.1 + 0.2) Q_{235}^2 = (0.3 + 0.15) Q_{245}^2 = 0.09092 \times 9.16^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Q_{235} = Q_{23} = Q_{35} = 5.0427 \text{ m}^3/\text{s} \\ Q_{245} = Q_{24} = Q_{45} = 4.1173 \text{ m}^3/\text{s} \end{cases}$$

برای تحلیل شدت جریان هر یک از شاخه‌های شبکه تهویه با استفاده از روش نیوتن-رافسون نیاز به شدت جریان‌های فرضی است. این شدت جریان‌های فرضی به همراه انتخاب حلقه‌های مورد نیاز شبکه در شکل ۳ نشان داده شده است.



شکل ۳: شدت جریان‌های فرضی اولین مدل و حلقه‌های آن

دو مرحله از مراحل تحلیل معادله شدت جریان شاخه‌ها یعنی  $(\Delta Q)$  با استفاده از روش نیوتن-رافسون طبق رابطه ۵ به شرح زیر و نتایج نهایی آن طی ۵۰ هزار تکرار انجام محاسبات در جدول ۱ گزارش شده است. طبق جدول ۱ این روش در این مدل فرضی به همگرایی نمی‌رسد یعنی مقادیر  $Z$  به سمت صفر متمایل نمی‌شوند.

$$f_1 = 0.1 \times (10 + \Delta Q_1 - \Delta Q_2)^2 + 0.2 \times (10 + \Delta Q_1 - \Delta Q_2)^2 + 0.15 \times (6 + \Delta Q_1)^2 + 0.3 \times (6 + \Delta Q_1)^2$$

$$f_2 = -0.1 \times (4 - \Delta Q_2)^2 - 0.2 \times (10 + \Delta Q_1 - \Delta Q_2)^2 - 0.1 \times (10 + \Delta Q_1 - \Delta Q_2)^2 - 0.1 \times (4 - \Delta Q_2)^2 + 24.41$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_1} = 0.2 \times (10 + \Delta Q_1 - \Delta Q_2) + 0.4 \times (10 + \Delta Q_1 - \Delta Q_2) + 0.3 \times (6 + \Delta Q_1) + 0.6 \times (6 + \Delta Q_1)$$

جدول ۱: نتایج مراحل روش نیوتن-رافسون برای اولین مدل شبکه تهویه

$\Delta Q_2$	$\Delta Q_1$	$Z_2$	$Z_1$	شرح
-۳,۴۹۵۱۴۲	-۵,۸۹۲۱۸۰	۳,۴۹۵۱۴۲	۵,۸۹۲۱۸۰	تکرار ۱
-۷,۶۳۹۳۹۷	-۱۳,۶۷۳۵۳۸	۴,۱۴۴۲۵۵	۷,۷۸۱۳۵۸	تکرار ۲
-۴,۷۶۵۵۹۴	-۸,۲۸۸۲۱۲	-۲,۸۷۳۸۰۳	-۵,۳۸۵۳۲۶	تکرار ۳
۲۷,۵۳۲۰۱۲	۵۲,۲۳۵۵۶۳	-۳۲,۲۹۷۶۰۶	-۶۰,۵۲۳۷۷۵	تکرار ۴
۱۱,۳۱۹۰۲۸	۲۱,۸۵۳۴۰۵	۱۶,۲۱۲۹۸۴	۳۰,۳۸۲۱۵۸	تکرار ۵
-۸,۹۵۶۶۲۴	-۱۶,۱۴۱۹۵۰	-۵,۱۸۶۰۵۰	-۹,۷۱۸۳۴۷	تکرار ۱۰
-۱,۱۷۷۲۳۹	-۱,۵۶۳۸۴۹	-۴,۴۹۶۳۸۱	-۸,۴۲۵۹۴۹	تکرار ۵۰
-۶,۱۱۱۶۳۵	-۱۰,۸۱۰۶۱۲	-۳,۲۲۷۱۸۶	-۶,۰۴۷۵۵۳	تکرار ۱۰۰
۱۶,۸۱۰۱۲۳	۳۲,۱۴۳۳۸۸	-۲۱,۶۳۹۱۶۰	-۴۰,۵۵۰۴۸۸	تکرار ۵۰۰
-۲,۲۰۱۴۵۹	-۳,۴۸۳۱۷۷	-۳,۷۶۵۳۴۷	-۷,۰۵۶۰۳۴	تکرار ۱۰۰۰
-۵,۴۴۶۵۹۰	-۹,۵۶۴۳۵۷	۲,۹۸۲۷۱۸	۵,۵۸۹۴۳۴	تکرار ۲۰۰۰
-۵,۴۷۲۵۸۲	-۹,۶۱۳۰۶۵	-۲,۹۸۹۸۷۱	-۵,۶۰۲۸۳۹	تکرار ۳۰۰۰
-۲۷,۴۹۱۴۰۷	-۵۰,۸۷۵۰۲۱	-۲۳,۰۳۳۲۸۹	-۴۳,۱۶۳۰۰۲	تکرار ۴۰۰۰
-۴,۰۳۵۹۱۴	-۶,۹۲۰۸۳۶	-۲,۹۳۳۳۵۴	-۵,۴۹۶۹۲۸	تکرار ۵۰۰۰
۰,۴۲۸۳۹۶	۱,۴۴۵۰۱۵	-۵,۸۲۳۰۶۸	-۱۰,۹۱۲۰۷۹	تکرار ۶۰۰۰
-۹,۶۸۰۹۱۶	-۱۷,۴۹۹۲۳۰	۵,۸۰۳۱۰۱	۱۰,۸۷۴۶۶۴	تکرار ۷۰۰۰
-۱۴,۲۳۱۷۲۲	-۲۶,۰۲۷۱۶۷	۱۰,۰۱۴۳۳۲	۱۸,۷۶۶۲۵۶	تکرار ۸۰۰۰
-۳,۵۱۵۷۹۷	-۵,۹۴۶۱۶۷	۳,۰۸۲۳۹۰	۵,۷۷۶۲۱۳	تکرار ۹۰۰۰
۱۶,۵۷۸۶۱۷	۳۱,۷۰۹۵۵۹	۲۱,۴۰۹۷۲۲	۴۰,۱۲۰۵۳۵	تکرار ۱۰۰۰۰
-۱۰,۱۲۹۲۹۰	-۱۸,۳۳۹۴۵۶	-۶,۱۹۶۷۳۱	-۱۱,۶۱۲۳۰۳	تکرار ۱۵۰۰۰
-۵,۴۲۲۸۴۴	-۹,۵۱۹۸۵۸	-۲,۹۷۶۳۶۶	-۵,۵۷۷۵۳۱	تکرار ۲۰۰۰۰
-۷,۱۶۹۲۲۹	-۱۲,۷۹۲۴۸۰	-۳,۸۲۷۶۳۷	-۷,۱۷۲۷۶۱	تکرار ۵۰۰۰۰

$$\frac{1}{\sqrt{R'_5}} = \frac{1}{\sqrt{0.275974}} + \frac{1}{\sqrt{0.47}} \Rightarrow R'_5 = 0.088461$$

$$R = 0.12 + 0.088461 \Rightarrow R = 0.208461$$

ب- تعیین حداقل شدت جریان تولیدی بادبزن

$$P_{Fan} = 150 + 2Q - Q^2 \quad (10)$$

$$\Delta P = P_{Fan} \Rightarrow RQ^2 = 150 + 2Q - Q^2$$

$$\Rightarrow Q = Q_{Fan} = 11.999 \cong 12 \text{ m}^3/\text{s}$$

پ- تعیین حداقل فشار تولیدی بادبزن

$$P_{Fan} = 150 + 2Q - Q^2 = 30.02 \text{ mmH}_2\text{o}$$

ت- محاسبه شدت جریان سایر شاخه‌های شبکه تهویه بر

اساس قوانین سری و موازی بودن شاخه‌ها

$$Q_{34} = Q'_5 = Q_{Fan} = 11.999 \cong 12 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$R'_3 Q'^2_3 = R'_4 Q'^2_4 = R'_5 Q'^2_5$$

این مدل فرضی از چهار گره سطحی در دهانه چاه‌ها و چهار گره زیرزمینی در کف چاه‌ها تشکیل شده است. ابتدا این شبکه تهویه به روش تحلیلی بررسی می‌شود، سپس با نرم‌افزار ونت‌سیم شبیه‌سازی شده و سرانجام روش نیوتن-رافسون بر روی این مدل اجرا می‌شود. نتایج روش تحلیلی و شبیه‌سازی نرم‌افزار ونت‌سیم با هم یکسان و توزیع شدت جریان هر یک از شاخه‌های شبکه یاد شده در شکل ۵ ارائه شده است.

مراحل تحلیلی روش نیوتن-رافسون در این شبکه تهویه

فرضی به شرح زیر بیان می‌شود:

الف- محاسبه مقاومت کلی شبکه

$$R'_1 = 0.3 + 0.15 = 0.45$$

$$\frac{1}{\sqrt{R'_2}} = \frac{1}{\sqrt{0.45}} + \frac{1}{\sqrt{0.4}} \Rightarrow R'_2 = 0.105974$$

$$R'_3 = 0.105974 + 0.17 = 0.275974$$

$$R'_4 = 0.22 + 0.25 = 0.47$$

$$f_1 = 0.4 \times (3 + \Delta Q_1 - \Delta Q_2)^2 + 0.3 \times (10 + \Delta Q_1)^2 + 0.15 \times (10 + \Delta Q_1)^2$$

$$f_2 = 0.12 \times (5 + \Delta Q_2 - \Delta Q_3)^2 + 0.17 \times (7 + \Delta Q_2)^2 - 0.4 \times (3 + \Delta Q_1 - \Delta Q_2)^2 - 30.02$$

$$f_3 = 0.22 \times (2 + \Delta Q_3)^2 + 0.25 \times (2 + \Delta Q_3)^2 - 0.12 \times (5 + \Delta Q_2 - \Delta Q_3)^2 + 30.02$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_1} = 0.8 \times (3 + \Delta Q_1 - \Delta Q_2) + 0.6 \times (10 + \Delta Q_1) + 0.3 \times (10 + \Delta Q_1)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_2} = \frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_1} = -0.8 \times (3 + \Delta Q_1 - \Delta Q_2)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_3} = \frac{\partial f_3}{\partial \Delta Q_1} = 0$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_2} = 0.24 \times (5 + \Delta Q_2 - \Delta Q_3) + 0.34 \times (7 + \Delta Q_2) - 0.8 \times (3 + \Delta Q_1 - \Delta Q_2)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_3} = \frac{\partial f_3}{\partial \Delta Q_2} = -0.24 \times (5 + \Delta Q_2 - \Delta Q_3)$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial \Delta Q_3} = 0.44 \times (2 + \Delta Q_3) + 0.50 \times (2 + \Delta Q_3) + 0.24 \times (5 + \Delta Q_2 - \Delta Q_3)$$

الف- محاسبات اولین تکرار

$$\Delta Q_1 = \Delta Q_2 = 0$$

$$\begin{bmatrix} 11.4 & -2.4 & 0 \\ -2.4 & 5.98 & -1.2 \\ 0 & -1.2 & 3.08 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 48.6 \\ -22.29 \\ 28.9 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.229578 \\ -0.159506 \\ 9.320972 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix}^1 = \begin{bmatrix} -4.229578 \\ 0.159506 \\ -9.320972 \end{bmatrix}$$

ب- محاسبات دومین تکرار

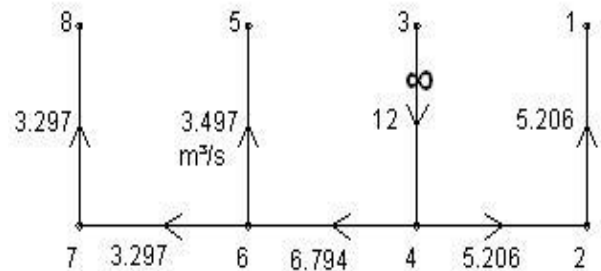
$$\begin{bmatrix} 4.082113 & 1.111267 & 0 \\ 1.111267 & 4.798280 & -3.475315 \\ 0 & -3.475315 & -3.406399 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15.755820 \\ 3.084237 \\ 30.048305 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.938331 \\ -3.962149 \\ -4.778828 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix}^2 = \begin{bmatrix} -9.167909 \\ 4.121655 \\ -4.542144 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Q'_3 = Q'_2 = Q_{46} = 6.794 \text{ m}^3/\text{s} \\ Q'_4 = Q_{21} = Q_{42} = 5.206 \text{ m}^3/\text{s} \end{cases}$$

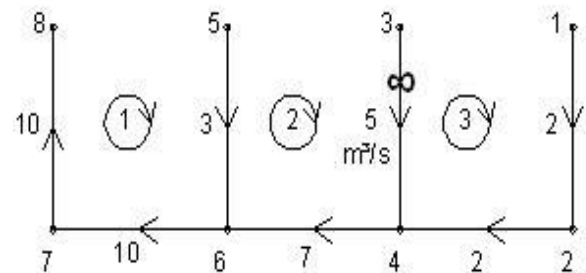
$$R'_1 Q'^2_1 = R_{65} Q'^2_{65} = R'_2 Q'^2_2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Q'_1 = Q_{67} = Q_{78} = 3.297 \text{ m}^3/\text{s} \\ Q_{65} = 3.497 \text{ m}^3/\text{s} \end{cases}$$



شکل ۵: توزیع شدت جریان هوای دومین مدل به روش تحلیلی

برای تحلیل شدت جریان هر یک از شاخه‌های شبکه تهویه با استفاده از روش نیوتن-رافسون نیاز به شدت جریان‌های فرضی است. این شدت جریان‌های فرضی به همراه انتخاب حلقه‌های مورد نیاز شبکه در شکل ۶ نشان داده شده است.



شکل ۶: شدت جریان‌های فرضی دومین مدل و حلقه‌های آن

دو مرحله از مراحل تحلیل معادله شدت جریان شاخه‌ها یعنی  $(\Delta Q)$  با استفاده از روش نیوتن-رافسون طبق رابطه ۵ به شرح زیر و نتایج نهایی آن طی ۵۰ هزار تکرار انجام محاسبات در جدول ۲ گزارش شده است. طبق جدول ۲ این روش در این مدل فرضی به همگرایی نمی‌رسد یعنی مقادیر Z به سمت صفر متمایل نمی‌شوند.

جدول ۲: نتایج مراحل روش نیوتن-رافسون برای دومین مدل شبکه تهویه

شرح	Z <sub>1</sub>	Z <sub>2</sub>	Z <sub>3</sub>	ΔQ <sub>1</sub>	ΔQ <sub>2</sub>	ΔQ <sub>3</sub>
تکرار ۱	۴,۲۲۹۵۷۸	-۰,۱۵۹۵۰۶	۹,۳۲۰۹۷۲	-۴,۲۲۹۵۷۸	۰,۱۵۹۵۰۶	-۹,۳۲۰۹۷۲
تکرار ۲	۴,۹۳۸۳۳۱	-۳,۹۶۲۱۴۹	-۴,۹۶۲۱۴۹	-۹,۱۶۷۹۰۹	۴,۱۲۱۶۵۵	-۴,۵۴۲۱۴۴
تکرار ۳	-۲,۰۶۸۹۶۴۸	-۱۳,۶۲۴۷۵۶	-۳۸,۲۴۴۹۳۹	۱۱,۵۲۱۷۳۹	۱۷,۷۴۶۴۱۱	۳۳,۷۰۲۷۹۵
تکرار ۴	۱۲,۶۹۷۲۱۴	-۰,۲۲۹۱۹۵	۱۹,۸۹۳۳۰۴	-۱,۱۷۵۴۷۵	۱۷,۹۷۵۶۰۶	۱۳,۸۰۹۴۹۰
تکرار ۵	۲,۲۲۴۵۱۸	۱۱,۶۴۴۸۰۰	۹,۵۵۵۶۳۶	-۳,۳۹۹۹۹۲	۶,۳۳۰۸۰۶	۴,۲۵۳۸۵۴
تکرار ۱۰	-۰,۰۴۴۰۰۷	-۴,۶۶۷۱۵۶	-۱۱,۲۶۲۳۲۳	-۵,۶۴۴۱۳۰	-۲,۴۶۹۸۱۳	-۱۲,۴۴۶۵۸۹
تکرار ۵۰	۱۶,۵۷۴۷۲۳	۲۲,۳۲۶۰۱۴	۱,۶۲۶۳۲۳	-۱۶,۸۷۱۵۹۱	-۳,۰۸۷۲۱۱۶	۱۱,۹۵۱۰۳۳
تکرار ۱۰۰	۲۶,۵۵۱۶۶۴	۱,۷۵۴۸۳۱	۳۸,۰۳۵۶۸۳	۱۱,۶۶۹۳۳۵	-۱۴,۹۹۱۱۱۹	۳۸,۶۲۱۹۳۹
تکرار ۵۰۰	-۰,۹۴۵۸۵۹	۴,۶۸۸۵۴۴	۶,۷۴۳۸۳۴	-۶,۱۴۳۵۷۷	۰,۸۵۹۱۶۸	-۶,۲۰۷۹۳۸
تکرار ۱۰۰۰	۲۵,۲۲۶۰۵۷	-۴,۵۵۲۸۱۲	۱۹,۶۷۰۸۸۵	-۳۸,۷۹۳۶۴۱	-۹,۰۹۸۳۷	-۱۶,۳۸۲۶۱۳
تکرار ۲۰۰۰	۴,۳۱۹۷۹۵	-۷,۳۲۱۶۷۲	-۴,۴۲۷۹۹۰	-۹,۷۳۱۴۴۰	-۱۹,۲۳۸۸۷۰	-۰,۳۸۲۹۱۰
تکرار ۳۰۰۰	-۵,۳۲۷۴۰۴	۳,۶۴۰۳۰۳	-۶,۲۷۱۶۱۳	-۸,۴۳۸۴۷۵	۵,۰۳۰۷۸۹	-۶,۰۷۵۸۴۸
تکرار ۴۰۰۰	۶,۶۰۳۸۸۷	-۲۵,۷۹۵۲۰۴	۱۳,۰۸۳۷۸۹	-۷,۹۵۷۸۵۶	۲۸,۱۱۸۹۰۵	-۰,۱۲۳۵۰۲
تکرار ۵۰۰۰	-۸,۴۲۹۹۴۶	۷,۵۶۶۴۷۰	-۳,۹۴۵۴۶۰	-۷,۸۹۲۱۱۵	-۲۳,۰۸۰۹۵۰	۰,۵۵۴۴۹۴
تکرار ۶۰۰۰	-۱۶,۹۱۸۷۱۵	۳۵,۶۷۳۷۰۱	۱۰,۷۲۸۲۴۸	۱۶,۹۱۲۰۰۰	-۲۷,۷۶۶۰۶۴	-۲,۲۲۶۹۷۵
تکرار ۷۰۰۰	۲۰,۷۹۷۰۵۴	-۵,۵۳۳۹۴۹	۱۳,۵۸۳۳۳۱	-۳۴,۵۶۷۲۳۱	-۹,۱۸۶۱۸۱	-۷,۴۸۷۴۹۰
تکرار ۸۰۰۰	۱۹,۹۵۶۶۵۵	-۶,۰۵۸۷۶۴	۱۴,۰۲۲۰۲۹	۱۴,۰۹۸۴۸	-۴,۵۹۰۵۷۳	۳,۷۰۶۶۹۲
تکرار ۹۰۰۰	۲,۴۶۱۰۳۹	۲۵,۹۱۱۰۴۴	۴,۳۶۴۰۸۶	-۱۱,۵۲۳۴۲۵	۱۵,۰۱۶۰۲۲	-۱۱,۴۹۴۳۹۹
تکرار ۱۰۰۰۰	۴,۸۸۰۴۷۳	۱۷,۹۰۲۷۳۵	۱۵,۸۴۷۷۹۹	۲,۹۸۹۲۷۳	۳,۴۲۷۱۷۶	۱۱,۷۴۸۴۰۲
تکرار ۱۵۰۰۰	۵,۵۱۱۰۱۳	-۰,۱۷۳۵۵۹	۶,۹۳۹۶۸۱	-۱۲,۱۱۶۳۲۲	-۱۶,۹۵۴۹۰۳	۴,۰۹۲۲۹۰
تکرار ۲۰۰۰۰	-۰,۳۳۹۲۹۵	۱۱,۱۸۳۷۱۰	۶,۲۱۷۸۲۲	-۶,۹۸۱۴۹۰	۶,۹۸۶۶۰۶	۰,۱۱۵۲۹۰
تکرار ۵۰۰۰۰	۲,۶۵۸۳۳۷	-۵,۷۴۸۷۵۹	-۵,۷۵۶۴۸۳	-۱۲,۷۳۴۴۸۱	-۱۸,۱۱۴۰۵۸	-۲,۱۳۸۸۴۵

#### ۴- روش نیوتن-رافسون بدون مشتق

طبق بررسی‌های انجام شده در بخش ۳ مشاهده می‌شود که روش نیوتن-رافسون در بعضی از مدل‌های شبکه تهویه به همگرایی نمی‌رسد و قادر به یافتن جواب نهایی صحیح نیست. بر این اساس روش نیوتن-رافسون بدون مشتق در این مقاله ارائه می‌شود. همچنین برای افزایش سرعت انجام محاسبات در روش نیوتن-رافسون، مساله مشتقات متوالی در روش جدید حذف شده است. به این دلیل نام روش جدید، روش نیوتن-رافسون بدون مشتق نامگذاری می‌شود. مراحل حل این روش جدید به شرح زیر بیان می‌شود:

مرحله اول: با توجه به قانون گره‌ها یک شدت جریان فرضی با جهت فرضی برای هر یک از شاخه‌های شبکه تهویه در نظر گرفته می‌شود.

مرحله دوم: شناسایی حلقه‌های مفید در شبکه تهویه طبق رابطه ۸ و انتخاب یک جهت فرضی برای همه آن‌ها

مرحله سوم: محاسبه افت فشار هوا برای هر حلقه از شبکه

تهویه طبق رابطه ۱۱.

$$P_k = \sum \pm R_i |Q_i| (Q_i + \sum \pm \Delta Q_j) - \sum (P_{Fi} - P_{Ni}) = 0 \quad (11)$$

که در آن:

$P_k$ : افت فشار هر حلقه

$R_i$ : مقاومت هر شاخه وابسته به حلقه

$Q_i$ : شدت جریان هر شاخه وابسته به حلقه

$\Delta Q_j$ : مقدار خطای شدت جریان هر حلقه در شاخه وابسته

$P_F$ : فشار بادبزن برای هر شاخه وابسته به حلقه

$P_N$ : فشار طبیعی هر شاخه وابسته به حلقه است.

مرحله چهارم: محاسبه مقدار خطای شدت جریان هر حلقه

از شبکه تهویه با استفاده از رابطه ۹

مرحله پنجم: محاسبه شدت جریان جدید هر شاخه طبق

روابط ۱۲ و ۱۳.



$$Q_{23}^1 = Q_{35}^1 = 10 - 11.784360 + 6.990284 = 5.205924$$

$$Q_{42}^1 = Q_{54}^1 = 6 - 11.784360 = -5.784360$$

$$Q_{12}^1 = Q_{56}^1 = 4 + 6.990284 = 10.990284$$

$$Q_{23}^1 = Q_{35}^1 = 0.5 \times (10 + 5.205924) = 7.602962$$

$$Q_{42}^1 = Q_{54}^1 = 0.5 \times (6 - 5.784360) = 0.107820$$

$$Q_{12}^1 = Q_{56}^1 = 0.5 \times (4 + 10.990284) = 7.495142$$

ب- دومین تکرار

$$P_1 = 0.1 \times |7.602962| \times (7.602962 + \Delta Q_1 - \Delta Q_2) + 0.2 \times |7.602962| \times (7.602962 + \Delta Q_1 - \Delta Q_2) + 0.15 \times |0.10782| \times (0.10782 + \Delta Q_1) + 0.3 \times |0.10782| \times (0.10782 + \Delta Q_1) = 0$$

$$P_2 = -0.1 \times |7.495142| \times (7.495142 - \Delta Q_2) - 0.2 \times |7.602962| \times (7.602962 + \Delta Q_1 - \Delta Q_2) - 0.1 \times |7.602962| \times (7.602962 + \Delta Q_1 - \Delta Q_2) - 0.1 \times |7.495142| \times (7.495142 - \Delta Q_2) + 24.41 = 0$$

$$\begin{cases} 2.329408\Delta Q_1 - 2.280889\Delta Q_2 + 17.346741 = 0 \\ -2.280889\Delta Q_1 + 3.779917\Delta Q_2 - 4.166941 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta Q_1 = -15.562716 \\ \Delta Q_2 = -8.288510 \end{cases}$$

$$Q_{23}^2 = Q_{35}^2 = 7.602962 - 15.562716 + 8.288510 = 0.328756$$

$$Q_{42}^2 = Q_{54}^2 = 0.107820 - 15.562716 = -15.454896$$

$$Q_{12}^2 = Q_{56}^2 = 7.495142 + 8.288510 = 15.783652$$

$$Q_{23}^2 = Q_{35}^2 = 0.5 \times (7.602962 + 0.328756) = 3.965859$$

$$Q_{42}^2 = Q_{54}^2 = 0.5 \times (0.107820 - 15.454896) = -7.673538$$

$$Q_{12}^2 = Q_{56}^2 = 0.5 \times (7.495142 + 15.783652) = 11.639397$$

$$Q_i^{n+1} = Q_i^n + \sum \pm \Delta Q_j \quad (12)$$

$$Q_i^{(n+1)} = 0.5 (Q_i^n + Q_i^{n+1}) \quad (13)$$

مرحله ششم: تکرار عملیات از مرحله سوم تا مادامی که مقدار خطای شدت جریان هر حلقه برابر یا کوچکتر از دقت انجام محاسبات

برای درک بهتر، روش نیوتن-رافسون بدون مشتق برای دو مدل شبکه تهویه که در شکل‌های ۳ و ۶ نشان داده شده اجرا می‌شود.

#### ۴-۱- اولین شبکه تهویه

دو مرحله از مراحل روش نیوتن-رافسون بدون مشتق طبق رابطه‌های ۱۱ تا ۱۳ برای شبکه تهویه مربوط به شکل ۳ به شرح زیر و نتایج نهایی آن طی ۷ تکرار انجام محاسبات در جدول ۳ گزارش شده است. طبق جدول ۳ این روش با کمترین حجم محاسبات در این مدل فرضی نسبت به روش نیوتن-رافسون به همگرایی رسیده و توانسته است ضعف آن را برطرف کند. دقت انجام محاسبات در این مدل برابر  $10^{-6}$  منظور شده است.

#### الف- اولین تکرار

$$P_1 = 0.1 \times |10| \times (10 + \Delta Q_1 - \Delta Q_2) + 0.2 \times |10| \times (10 + \Delta Q_1 - \Delta Q_2) + 0.15 \times |6| \times (6 + \Delta Q_1) + 0.3 \times |6| \times (6 + \Delta Q_1) = 0$$

$$P_2 = -0.1 \times |4| \times (4 - \Delta Q_2) - 0.2 \times |10| \times (10 + \Delta Q_1 - \Delta Q_2) - 0.1 \times |10| \times (10 + \Delta Q_1 - \Delta Q_2) - 0.1 \times |4| \times (4 - \Delta Q_2) + 24.41 = 0$$

$$\begin{cases} 5.7\Delta Q_1 - 3\Delta Q_2 + 46.2 = 0 \\ -3\Delta Q_1 + 3.8\Delta Q_2 - 8.79 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta Q_1 = -11.784360 \\ \Delta Q_2 = -6.990284 \end{cases}$$

جدول ۳: نتایج مراحل روش نیوتن-رافسون بدون مشتق برای اولین مدل شبکه تهویه

$Q_{54} = Q_{42}$	$Q_{23} = Q_{35}$	$Q_{12} = Q_{56}$	$\Delta Q_2$	$\Delta Q_1$	شرح
۰٫۱۰۷۸۲۰	۷٫۶۰۲۹۶۲	۷٫۴۹۵۱۴۲	-۶٫۹۹۰۲۸۴	-۱۱٫۷۸۴۳۶۰	تکرار ۱
-۷٫۶۷۳۵۳۸	۳٫۹۶۵۸۵۹	۱۱٫۶۳۹۳۹۷	-۸٫۲۸۸۵۱۰	-۱۵٫۵۶۲۷۱۶	تکرار ۲
-۴٫۸۱۰۲۶۵	۴٫۸۰۸۳۵۴	۹٫۶۱۸۶۱۹	۴٫۰۴۱۵۵۶	۵٫۷۲۶۵۴۶	تکرار ۳
-۴٫۱۵۴۹۳۴	۵٫۰۲۹۹۲۳	۹٫۱۸۴۸۵۷	۰٫۸۶۷۵۲۴	۱٫۳۱۰۶۶۱	تکرار ۴
-۴٫۱۱۷۴۷۵	۵٫۰۴۲۶۶۴	۹٫۱۶۰۱۴۰	۰٫۰۴۹۴۳۵	۰٫۰۷۴۹۱۸	تکرار ۵
-۴٫۱۱۷۳۵۲	۵٫۰۴۲۷۰۶	۹٫۱۶۰۰۵۸	۰٫۰۰۰۱۶۲	۰٫۰۰۰۲۴۶	تکرار ۶
-۴٫۱۱۷۳۵۲	۵٫۰۴۲۷۰۶	۹٫۱۶۰۰۵۸	۰٫۰۰۰۰۰۰	۰٫۰۰۰۰۰۰	تکرار ۷

۴-۲- دومین شبکه تهویه

$$\begin{aligned}
 &|-1.389084| \times (-1.389084 + \Delta Q_1 - \Delta Q_2) - 30.02 = 0 \\
 &P_3 = 0.22 \times |-7.320972| \times (-7.320972 + \Delta Q_3) \\
 &\quad + 0.25 \times |-7.320972| \times (-7.320972 + \Delta Q_3) - 0.12 \times \\
 &|14.480478| \times (14.480478 + \Delta Q_2 - \Delta Q_3) + 30.02 = 0 \\
 &\begin{cases} 3.152324\Delta Q_1 - 0.555634\Delta Q_2 - 14.212177 = 0 \\ -0.555634\Delta Q_1 + 3.510407\Delta Q_2 - 1.737657\Delta Q_3 \\ - 4.627881 = 0 \\ -1.737657\Delta Q_2 + 5.178514\Delta Q_3 + 20.332524 = 0 \end{cases} \\
 &\begin{cases} \Delta Q_1 = -4.527809 \\ \Delta Q_2 = -0.109683 \\ \Delta Q_3 = 3.889520 \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Q_{12}^2 = Q_{24}^2 &= -7.320972 + 3.889520 = -3.431452 \\
 Q_{34}^2 &= 14.480478 - 0.109683 - 3.889520 = 10.481276 \\
 Q_{46}^2 &= 7.159506 - 0.109683 = 7.049824 \\
 Q_{56}^2 &= -1.389084 - 4.527809 + 0.109683 = -5.807210 \\
 Q_{67}^2 = Q_{78}^2 &= 5.770422 - 4.527809 = 1.242613 \\
 Q_{12}^{\prime 2} = Q_{24}^{\prime 2} &= 0.5 \times (-7.320972 - 3.431452) = -5.376212 \\
 Q_{34}^{\prime 2} &= 0.5 \times (14.480478 + 10.481276) = 12.480877 \\
 Q_{46}^{\prime 2} &= 0.5 \times (7.159506 + 7.049824) = 7.104665 \\
 Q_{56}^{\prime 2} &= 0.5 \times (-1.389084 - 5.807210) = -3.598147 \\
 Q_{67}^{\prime 2} = Q_{78}^{\prime 2} &= 0.5 \times (5.770422 + 1.242613) = 3.506518
 \end{aligned}$$

۵- مطالعه موردی

برای درک دقیق روش نیوتن-رافسون و مدل اصلاح شده آن یعنی بدون مشتق از شبکه تهویه معدن رزمجا غربی استفاده می‌شود. این معدن در استان سمنان، شهرستان دامغان ولی تحت حوزه شرکت زغال سنگ البرز شرقی شاهرود واقع شده است. این معدن تقریباً در فاصله ۶۰ کیلومتری از شهرستان دامغان و همچنین در فاصله ۸۰ کیلومتری شهرستان شاهرود واقع شده است.

کروکی شبکه تهویه این معدن در شکل ۷ ارایه شده که طرح تهویه آن مربوط به سال ۱۳۸۴ است که توسط دفتر فنی شرکت طراحی شده است. این شبکه تهویه، ساده شده و نتایج آن دو شکل ۸ و ۹ ارایه شده است. شکل ۸ بیانگر توزیع شدت جریان هواست که بر اساس آن شدت جریان مورد نیاز شبکه تهویه برابر شدت جریان شاخه ۱ به ۲ یعنی معادل ۲۷٫۸۴ متر مکعب بر ثانیه است. همچنین شکل ۹ بیانگر مجموع افت فشار اصطکاکی و موضعی در این معدن است. طبق شکل ۹

دو مرحله از مراحل روش نیوتن-رافسون بدون مشتق طبق روابط ۱۱ تا ۱۳ برای شبکه تهویه مربوط به شکل ۶ به شرح زیر و نتایج نهایی آن طی ۶ تکرار انجام محاسبات در جدول ۴ گزارش شده است. طبق جدول ۴ این روش با کمترین حجم محاسبات در این مدل فرضی نسبت به روش نیوتن-رافسون به همگرایی رسیده و توانسته است ضعف آن را برطرف نماید. دقت انجام محاسبات در این مدل برابر ۱۰<sup>-۶</sup> منظور شده است.

الف- اولین تکرار

$$\begin{aligned}
 P_1 &= 0.4 \times |3| \times (3 + \Delta Q_1 - \Delta Q_2) + 0.3 \times |10| \times (10 + \Delta Q_1) \\
 &\quad + 0.15 \times |10| \times (10 + \Delta Q_1) = 0 \\
 P_2 &= 0.12 \times |5| \times (5 + \Delta Q_2 - \Delta Q_3) + 0.17 \times |7| \times (7 + \Delta Q_2) \\
 &\quad - 0.4 \times |3| \times (3 + \Delta Q_1 - \Delta Q_2) - 30.02 = 0 \\
 P_3 &= 0.22 \times |2| \times (2 + \Delta Q_3) + 0.25 \times |2| \times (2 + \Delta Q_3) \\
 &\quad - 0.12 \times |5| \times (5 + \Delta Q_2 - \Delta Q_3) + 30.02 = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 5.7\Delta Q_1 - 1.2\Delta Q_2 - 48.6 = 0 \\ -1.2\Delta Q_1 + 2.99\Delta Q_2 - 0.6\Delta Q_3 + 22.29 = 0 \\ -0.6\Delta Q_2 + 1.54\Delta Q_3 - 28.9 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta Q_1 = -8.459155 \\ \Delta Q_2 = 0.319013 \\ \Delta Q_3 = -18.641944 \end{cases}$$

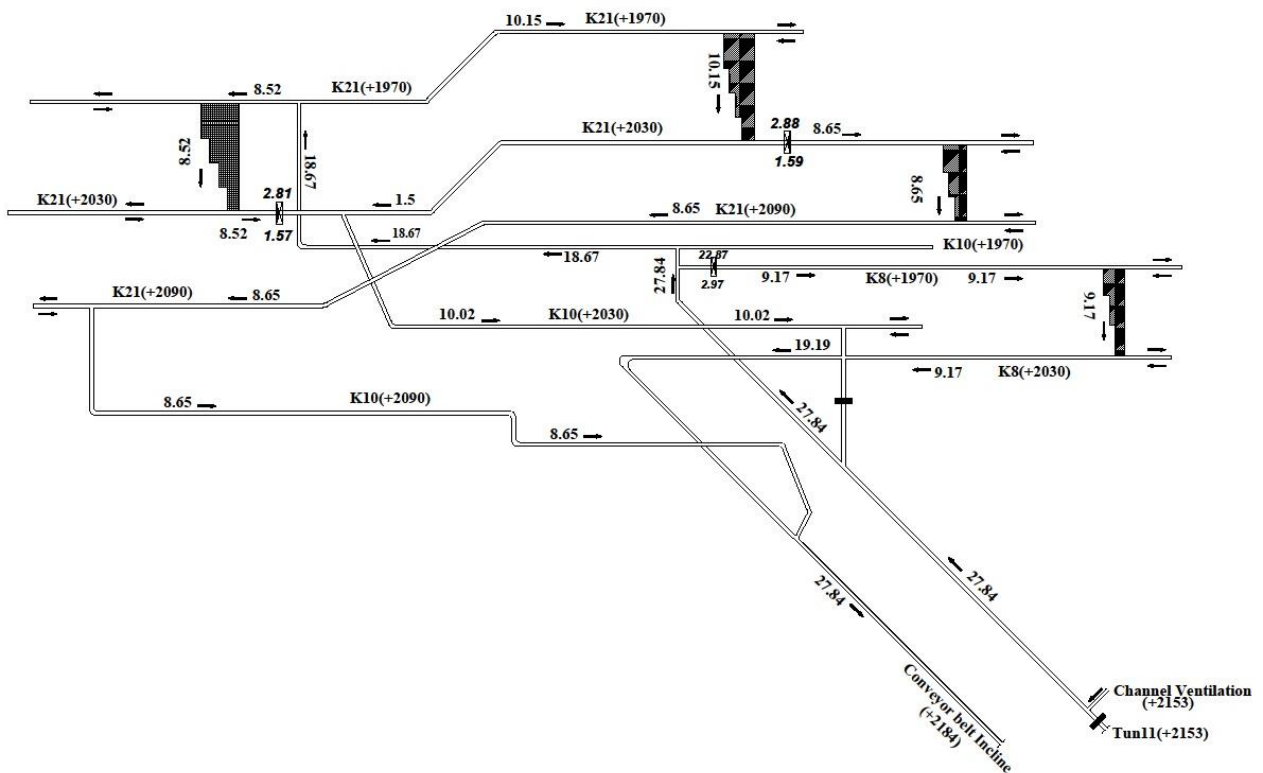
$$\begin{aligned}
 Q_{12}^1 = Q_{24}^1 &= 2 - 18.641944 = -16.641944 \\
 Q_{34}^1 &= 5 + 0.319013 + 18.641944 = 23.960956 \\
 Q_{46}^1 &= 7 + 0.319013 = 7.319013 \\
 Q_{56}^1 &= 3 - 8.459155 - 0.319013 = -5.778168 \\
 Q_{67}^1 = Q_{78}^1 &= 10 - 8.459155 = 1.540845 \\
 Q_{12}^{\prime 1} = Q_{24}^{\prime 1} &= 0.5 \times (2 - 16.641944) = -7.320972 \\
 Q_{34}^{\prime 1} &= 0.5 \times (5 + 23.960956) = 14.480478 \\
 Q_{46}^{\prime 1} &= 0.5 \times (7 + 7.319013) = 7.159506 \\
 Q_{56}^{\prime 1} &= 0.5 \times (3 - 5.778168) = -1.389084 \\
 Q_{67}^{\prime 1} = Q_{78}^{\prime 1} &= 0.5 \times (10 + 1.540845) = 5.770422
 \end{aligned}$$

ب- دومین تکرار

$$\begin{aligned}
 P_1 &= 0.4 \times |-1.389084| \times (-1.389084 + \Delta Q_1 - \Delta Q_2) \\
 &\quad + 0.3 \times |5.770422| \times (5.770422 + \Delta Q_1) \\
 &\quad + 0.15 \times |5.770422| \times (5.770422 + \Delta Q_1) = 0 \\
 P_2 &= 0.12 \times |14.480478| \times (14.480478 + \Delta Q_2 - \Delta Q_3) \\
 &\quad + 0.17 \times |7.159506| \times (7.159506 + \Delta Q_2) - 0.4 \times
 \end{aligned}$$

جدول ۴: نتایج مراحل روش نیوتن-رافسون بدون مشتق برای دومین مدل شبکه تهویه

$Q_{67} = Q_{78}$	$Q_{56}$	$Q_{46}$	$Q_{34}$	$Q_{12} = Q_{24}$	$\Delta Q_3$	$\Delta Q_2$	$\Delta Q_1$	شرح
۵,۷۷۰,۴۲۲	-۱,۳۸۹,۰۸۴	۷,۱۵۹,۵۰۶	۱۴,۴۸۰,۴۷۸	-۷,۳۲۰,۹۷۲	-۱۸,۶۴۱,۹۴۴	۰,۳۱۹,۰۱۳	-۸,۴۵۹,۱۵۵	تکرار ۱
۳,۵۰۶,۵۱۸	-۳,۵۹۸,۱۴۷	۷,۱۰۴,۶۶۵	۱۲,۴۸۰,۸۷۷	-۵,۳۷۶,۲۱۲	۳,۸۸۹,۵۲۰	-۰,۱۰۹,۶۸۳	-۴,۵۲۷,۸۰۹	تکرار ۲
۳,۳۰۲,۹۷۶	-۳,۴۹۸,۱۰۸	۶,۸۰۱,۰۸۵	۱۲,۰۰۹,۸۱۸	-۵,۲۰۸,۷۳۳	۰,۳۳۴,۹۵۷	-۰,۶۰۷,۱۶۱	-۰,۴۰۷,۰۸۳	تکرار ۳
۳,۲۹۷,۰۷۴	-۳,۴۹۷,۰۷۰	۶,۷۹۴,۱۴۴	۱۲,۰۰۰,۳۳۱	-۵,۲۰۶,۱۸۷	۰,۰۰۵,۰۹۲	-۰,۰۱۳,۸۸۱	-۰,۰۱۱,۸۰۴	تکرار ۴
۳,۲۹۷,۰۷۰	-۳,۴۹۷,۰۷۱	۶,۷۹۴,۱۴۰	۱۲,۰۰۰,۳۳۷	-۵,۲۰۶,۱۸۷	۰,۰۰۰,۰۰۱	-۰,۰۰۰,۰۰۸	-۰,۰۰۰,۰۰۹	تکرار ۵
۳,۲۹۷,۰۷۰	-۳,۴۹۷,۰۷۱	۶,۷۹۴,۱۴۰	۱۲,۰۰۰,۳۳۷	-۵,۲۰۶,۱۸۷	۰,۰۰۰,۰۰۰	۰,۰۰۰,۰۰۰	۰,۰۰۰,۰۰۰	تکرار ۶



شکل ۷: کروکی شبکه تهویه معدن رزمجا غربی به همراه شدت جریان شاخه‌های آن

بادبزن‌های مختلفی را برای شبکه تهویه معدن انتخاب کرد، بنابراین به این مدل از روش طراحی تهویه، طراحی تهویه با فشار ثابت گفته می‌شود. در این مدل نیاز به دانستن معادله فشار تولیدی بادبزن نیست.

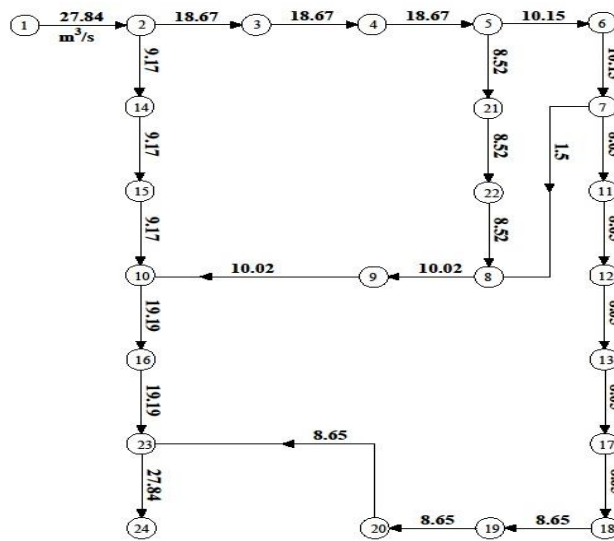
شبکه تهویه معدن رزمجا غربی نیاز به یک بادبزن با قدرت ۱۶۳,۷۷ میلی‌متر آب دارد که نام و نوع شرکت سازنده اهمیتی در تحلیل شبکه تهویه ندارد زیرا هر شرکتی قادر است، بادبزن را به روش‌های مختلفی تولید کند که نمودارهای مختلفی از آن بر اساس معادله فشار- شدت جریان تولید شود. بنابراین

این معدن از ۲۷ شاخه، ۲۴ گره و ۴ حلقه تشکیل شده است. طبق شکل ۹ برای تعدیل افت فشار حلقه‌های ۱ تا ۳ نیاز به نصب سه در تنظیم‌کننده هواست که موقعیت آن‌ها در شکل ۹ نشان داده شده است. همچنین برای تعدیل افت فشار حلقه ۱ نیاز به نصب یک بادبزن با قدرت ۱۶۳,۷۷ میلی‌متر آب است که باید به صورت دهشی از گره ۱ به سمت گره ۲ بدمد. بنابراین قدرت بادبزن در هر شبکه تهویه می‌تواند بدون توجه به معادله بادبزن بر اساس تفسیر یک حلقه مشخص شود. سپس با توجه به کاتالوگ بادبزن‌های متعدد می‌توان

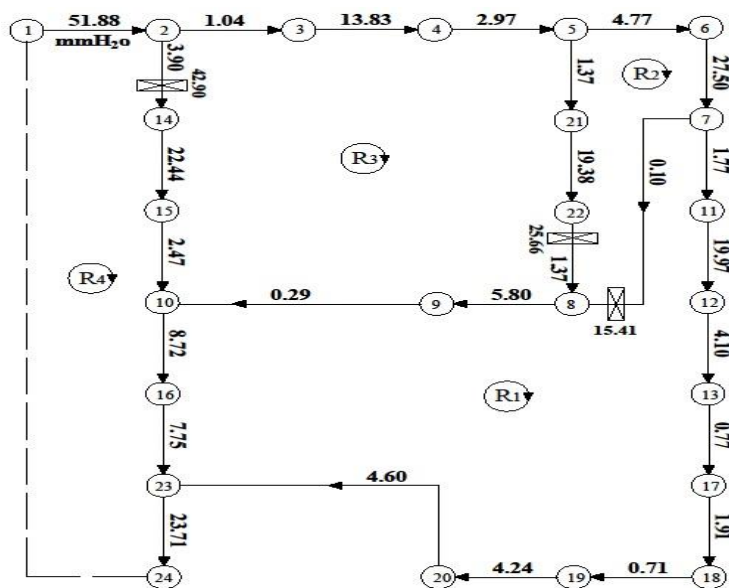
روش نیوتن-رافسون طبق رابطه ۵ در جدول ۵ ارائه شده است که بیانگر این مطلب است که این روش در تحلیل شبکه تهویه با فشار ثابت واگراست ولی نتایج حاصل از روش نیوتن-رافسون بدون مشتق که در جدول ۶ گزارش شده بیانگر این مطلب است که این روش جدید طی ۶ مرحله انجام محاسبات ریاضی با دقت  $10^{-6}$  به همگرایی رسیده و قادر به یافتن جواب نهایی صحیح است. نتایج نهایی این روش کاملاً مشابه شکل ۸ است.

تحلیل شبکه‌های تهویه در این مقاله بر اساس فشار ثابت پایه‌گذاری شده است.

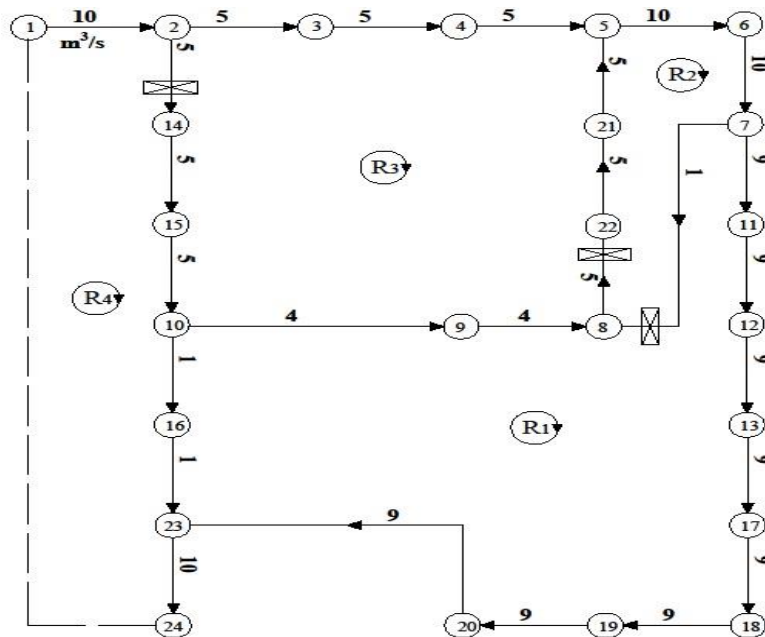
برای تحلیل شبکه تهویه معدن رزمجا غربی به دو روش نیوتن-رافسون نیاز به شدت جریان‌های فرضی است که در شکل ۱۰ ارائه شده است. همچنین وجود سه در تنظیم‌کننده هوا سبب افزایش مقاومت شاخه‌های ۷-۸، ۲۲-۸ و ۲-۱۴ به ترتیب به مقدار ۶،۸۴۹، ۰،۳۵۳ و ۰،۵۱ می‌شود. نتایج تحلیل



شکل ۸: شدت جریان شاخه‌های شبکه تهویه معدن رزمجا غربی



شکل ۹: افت فشار شاخه‌های شبکه تهویه معدن رزمجا غربی



شکل ۱۰: شدت جریان فرضی شاخه‌های شبکه تهویه معدن رزمجا غربی

جدول ۵: نتایج مراحل روش نیوتن-رافسون برای معدن رزمجا غربی

$\Delta Q_4$	$\Delta Q_3$	$\Delta Q_2$	$\Delta Q_1$	$Z_4$	$Z_3$	$Z_2$	$Z_1$	شرح
۲۶,۶۴۵۱۰۸	۱۷,۴۵۳۳۳۲	۲,۴۵۹۴۹۲	۰,۴۲۴۶۵۹	-۲۶,۶۴۵۱۰۸	-۱۷,۴۵۳۳۳۲	-۲,۴۵۹۴۹۲	-۰,۴۲۴۶۵۹	تکرار ۱
۱۲,۸۳۰۹۰۵	۵,۰۴۰۳۲۸	۴,۷۴۰۹۱۲	۲,۷۸۴۷۸۸	۱۳,۸۱۴۲۰۳	۱۲,۴۱۲۹۰۵	-۲,۲۸۱۴۲۰	-۲,۳۶۰۱۲۸	تکرار ۲
۱۸,۲۹۳۱۹۴	۱۳,۴۴۹۷۷۲	۱,۲۱۸۸۱۸	۰,۱۶۷۲۲۲	-۵,۴۶۲۲۸۹	-۸,۴۰۹۴۴۴	۳,۵۲۲۰۹۵	۲,۶۱۷۵۶۶	تکرار ۳
-۲۶,۴۷۶۰۹۱	-۴۸,۷۴۲۲۶۷	۲۳,۰۳۰۴۱۸	۱۶,۰۲۱۸۵۰	-۴۳,۰۷۶۲۰۱	-۵۹,۸۶۸۲۹۵	۲۰,۹۸۸۲۲۵	۱۵,۲۶۷۹۴۱	تکرار ۱۰۰
۱۸,۶۹۶۰۷۹	۱۴,۰۳۹۰۵۴	۱,۰۲۰۹۶۴	۰,۰۱۱۰۱۳	۶۵۷۰۳۹۳	۹,۱۳۱۶۸۳	-۳,۲۰۱۳۲۴	-۲,۳۲۸۸۱۲	تکرار ۵۰۰
۹,۶۱۰۷۴۷	۱,۴۱۲۰۵۰	۵,۴۴۷۶۵۴	۳,۲۳۱۲۲۱	۸,۹۳۴۷۱۲	۱۲,۴۱۷۶۶۹	-۴,۳۵۳۳۰۳	-۳,۱۶۶۸۲۲	تکرار ۱۰۰۰
۱۷,۸۰۵۴۳۱	۱۲,۸۰۱۲۱۱	۱,۴۵۴۹۱۹	۰,۳۲۶۶۹۵	۶,۲۸۲۱۳۵	۸,۷۳۱۰۵۶	-۳,۰۶۰۸۷۵	-۲,۲۲۶۶۴۲	تکرار ۱۰۰۰۰
۴۹,۲۳۶۰۱۲	۵۶,۴۸۴۱۵۶	-۱۳,۸۵۹۱۵۵	-۱۰,۸۱۳۵۷۰	-۳۳,۶۱۶۸۹۱	-۴۶,۷۲۱۵۲۹	۱۶,۳۷۹۳۲۰	۱۱,۹۱۵۱۸۱	تکرار ۲۰۰۰۰
۱۲,۲۸۷۳۱۸	۵,۱۳۲۰۱۱	۴,۱۴۳۵۳۶	۲,۲۸۲۵۳۶	-۷,۲۰۲۴۷۹	-۱۰,۰۱۰۱۷۱	۳,۵۰۹۲۹۸	۲,۵۵۲۸۴۹	تکرار ۳۰۰۰۰
-۷۵,۶۶۸۵۷۶	-۱۱۷,۱۱۱۱۱۵	۴۶,۹۹۸۷۰۹	۳۳,۴۵۷۶۴۸	-۹۲,۰۳۹۵۶۹	-۱۲۷,۹۱۸۷۱۱	۴۴,۸۴۴۸۸۲	۳۲,۶۲۲۵۳۱	تکرار ۴۰۰۰۰
۲,۲۴۶۷۱۱	-۸,۸۲۲۶۵۶	۹,۰۳۵۶۶۹	۵,۸۴۱۳۳۲	۱۵,۱۸۸۰۳۷	۲۱,۱۰۸۶۸۳	-۷,۴۰۰۱۴۰	-۵,۳۸۳۲۵۲	تکرار ۵۰۰۰۰

جدول ۶: نتایج مراحل روش نیوتن-رافسون بدون مشتق برای معدن رزمجا غربی

شرح	$\Delta Q_1$	$\Delta Q_2$	$\Delta Q_3$	$\Delta Q_4$
تکرار ۱	۰٫۸۴۹۳۱۹	۴٫۹۱۸۹۸۴	۳۴٫۹۰۶۴۶۴	۵۳٫۲۹۰۲۱۵
تکرار ۲	-۱٫۷۲۰۱۰۷	-۴٫۰۸۶۲۳۰	-۶٫۹۵۰۰۷۰	-۱۵٫۲۸۶۳۹۹
تکرار ۳	۰٫۱۴۶۱۸۰	-۰٫۵۱۶۴۳۰	-۰٫۶۰۸۵۹۵	-۲٫۲۴۸۸۶۱
تکرار ۴	۰٫۰۲۹۶۹۴	-۰٫۰۲۶۵۸۹	-۰٫۰۰۸۰۲۱	-۰٫۰۶۹۸۶۸
تکرار ۵	۰٫۰۰۰۱۹۵	-۰٫۰۰۰۲۱۰	-۰٫۰۰۰۰۹۶	-۰٫۰۰۰۰۱۴۳
تکرار ۶	۰٫۰۰۰۰۰۰	۰٫۰۰۰۰۰۰	۰٫۰۰۰۰۰۰	۰٫۰۰۰۰۰۰

## ۶- نتیجه گیری

متعددی است که سبب افزایش حجم محاسبات ریاضی در شبکه‌های حجیم می‌شود، بنابراین لازم است حجم محاسبات ریاضی در این روش کاهش یابد.

در این مقاله روش نیوتن-رافسون بدون مشتق برای رفع معایب روش نیوتن-رافسون در تحلیل شبکه‌های تهویه ارایه شد. طبق نتایج حاصل در بخش ۴ بیانگر این مطلب است که اولاً این روش جدید قادر به یافتن جواب نهایی صحیح در همه مدل‌های شبکه تهویه است و همواره همگرا است و ثانیاً توانسته است، با حذف مشتقات متعدد در روش نیوتن-رافسون، حجم و زمان محاسبات ریاضی را به شدت کاهش دهد که نتایج حاصل از این مقاله در جدول ۷ گزارش شده است.

جدول ۷: مقایسه بین دو روش نیوتن-رافسون

شرح	روش با مشتق		روش بدون مشتق
	تعداد تکرار	زمان (ثانیه)	
اولین مدل	$\infty$	$\infty$	۷
دومین مدل	$\infty$	$\infty$	۶

## ۷- مراجع

- [۱] الهی، ا.؛ ۱۳۹۳؛ "اصول طراحی تهویه در معادن". انتشارات جهاد دانشگاهی واحد صنعتی امیر کبیر.
- [۲] مدنی، ح.؛ ۱۳۸۵؛ "تهویه در معادن". انتشارات مرکز نشر دانشگاهی، چاپ پنجم، جلد اول.
- [۳] مدنی، ح.؛ ۱۳۸۲؛ "تهویه در معادن". انتشارات دانشگاه صنعتی امیر کبیر، جلد دوم.
- [4] Cross, H. (1936). "Analysis of flow in networks of conduits or conductors". Bulletin 286, Engineering

مهم‌ترین مشخصات هر بادبزن مربوط به شدت جریان تولیدی، افت فشار تولیدی و زاویه پره آن است که به نقطه عملکرد بادبزن مشهور است. از دیدگاه تئوری، تعیین نقطه عملکرد بادبزن به سه روش زیر امکان پذیر است:

الف- تحلیل شبکه تهویه با استفاده از مقدار شدت جریان ثابت

ب- تحلیل شبکه تهویه با استفاده از مقدار فشار ثابت  
پ- تحلیل شبکه تهویه با استفاده از معادله فشار- شدت جریان

نرم‌افزار ونت‌سیم یکی از رایج‌ترین نرم‌افزار شبکه‌های تهویه است که بر اساس روش هاردی کراس طراحی شده و قادر به تحلیل شبکه‌های تهویه به صورت هر سه روش است. به عبارت دیگر روش هاردی کراس در تحلیل شبکه‌های تهویه با استفاده از هر سه روش مطرح شده توانسته است به همگرایی جواب نهایی برسد. بر این اساس در این مقاله تحلیل شبکه تهویه با استفاده از مقدار فشار ثابت است که نشان داده می‌شود که روش نیوتن-رافسون در این مدل دچار واگرایی شده و نیازمند است که این روش تصحیح شود.

روش نیوتن-رافسون یکی از انواع روش‌های تقریبی ریاضی است که برای تحلیل شبکه‌های تهویه مورد استفاده قرار گرفته است. نتایج حاصل در بخش ۳ بیانگر این مطلب است که این روش به شدت وابسته به مقادیر و جهت‌های فرضی از شدت جریان هوا در تحلیل شبکه‌های تهویه است. در بخش ۳ مشاهده می‌شود که این روش در برخی از مدل‌ها قادر به یافتن جواب نهایی صحیح نیست به عبارت دیگر به جای همگرایی به جواب نهایی سبب واگرایی آن می‌شود. بنابراین تصحیح روش نیوتن-رافسون برای تحلیل شبکه‌های تهویه امری ضروری است. همچنین این روش وابسته به مشتقات

استفاده از روش نیوتن-رافسون بر پایه معادلات **DQ**". نشریه علمی-پژوهشی دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دوره شست و ششم، ص ۹۷-۱۰۲.

[۱۳] مدنی، ح.، ملکی، ب.؛ ۱۳۸۷؛ "تحلیل شبکه‌های تهویه معادن بر اساس معادلات **H** در روش نیوتن-رافسون **Q**". نشریه علمی-پژوهشی مهندسی معدن، دوره سوم، شماره ۵، ص ۷۷-۷۱.

[14] Maleki, B., and Mozaffari, E. (2016). "A Comparative Study of the Iterative Numerical Methods Used in Mine Ventilation Networks". International Journal of Advanced Computer Science and Applications, 7(6): 356-362.

[15] Wang, Y. J. (1989). "A Procedure for Solving A More Generalized System of Mine Ventilation Network Equations". Proceedings of the 4th US. Mine Ventilation Symposium, SME, Littleton, Co., 419-424.

[16] Wang, Y. J. (1990). "Solving Mine Ventilation Networks with Fixed and Non-Fixed Branches". Mining Engineering, 42(12): 1342-1346.

Experiment Station, University of Illinois, Urbane, 286-295.

[۵] الهی، ا.؛ ۱۳۹۳؛ "بهبود روش هاردی کراس در تحلیل شبکه تهویه فضاهای زیرزمینی". نشریه مهندسی تونل و فضاهای زیرزمینی، دوره سوم، شماره ۲، ص ۱۰۱-۱۱۷.

[6] Collins, M., Cooper, L., Helgason, R., Kennington, J., and LeBlanc, L. (1978). "Solving the Pipe Network Analysis Problem Using Optimization Techniques". Management Science, 24: 747-760.

[7] Wang, Y. J. (1982). "Critical path approach to mine ventilation networks with controlled flow". Trans. SME-AIME, 272: 1862-72.

[8] Hu, W., and Longson, I. (1990). "The optimization of airflow distribution in ventilation networks using a nonlinear programming method". Mining Science and Technology, 10(2): 209-219.

[9] Wang, Y. J. (1984). "A Non-Linear Programming Formulation for Mine Ventilation Networks with Natural Splitting". International Journal of Rock Mechanics and Mining Science, 21(1): 42-3-45.

[10] Bhamidipati, S. S., and Procarione, J. A. (1985). "Linear Analysis for the Solution of Flow Distribution Problems". Proceedings of the 2nd US Mine Ventilation Symposium, Mousset Jones, P. (Ed.), Rotterdam, Netherlands, 645-654.

[11] Kamba, G. M., Jacques, E., and Patigny, J. (1995). "Application of the Simplex Method to the Optimal Adjustment of the Parameters of A Ventilation Network". Proceedings of the 7th US Mine Ventilation Symposium, Wala, A. M. (Ed.), SME, Littleton, Co., 461-465.

[۱۲] مدنی، ح.، ملکی، ب.؛ ۱۳۸۶؛ "تحلیل شبکه تهویه معدن با

<sup>1</sup> Ventsim

<sup>2</sup> Hardy Cross

<sup>3</sup> Optimization techniques

<sup>4</sup> Critical path approach

<sup>5</sup> Nonlinear programming

<sup>6</sup> Linear method

<sup>7</sup> Newton-Raphson

<sup>8</sup> Wang



## A Proposed Model to Modify the Newton- Raphson Method in Analyzing Ventilation Networks

Elahi Zeyni E.<sup>1</sup>, Sereshki F.<sup>2\*</sup>, Khaloo Kakaie R.<sup>3</sup>

- 1- Ph.D. Candidate, Faculty of Mining, Petroleum & Geophysics Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran  
ellahi.ebrahim@gmail.com
- 2- Professor, Faculty of Mining, Petroleum & Geophysics Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran  
farhang@gmail.com
- 3- Professor, Faculty of Mining, Petroleum & Geophysics Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran  
r\_kakaie@yahoo.com

(Received: 24 Feb. 2019, Accepted: 03 Sep 2019)

**Abstract:** Designing of ventilation networks is known a manual and computerized methods. Computerized method is carried out based on approximate mathematical approaches. Several approximate mathematical methods such as the Newton- Raphson, Hardy Cross and its corrected models, optimization techniques, critical path, linear and nonlinear methods can be used to design ventilation networks. One of the techniques for solving nonlinear equations in mathematical science is the Newton-Raphson method that is based on the derivative definition and its correction. This method is unable to produce valid results and also instead of convergence leads to divergence in some models. In addition, utilizing the Newton-Raphson method for analyzing of large-scale ventilation networks requires a lot of calculations. Therefore, in this paper a new method is presented naming Newton-Raphson method without derivatives. This new method is always convergent, capable to reduce mathematical calculations and it reaches to the result fast.

**Keywords:** Ventilation networks, Mathematical approximate methods, Newton- Raphson method, Newton- Raphson method without derivative.

### INTRODUCTION

For designing ventilation networks it is required a map of ventilation network. Based on this map nodes and branches in ventilation network are identified and then other calculations of ventilation network are carried out based on this information. These calculations are follow as: resistance of mine work of each branch, flow intensity of each branch and total network, pressure loss of each branch and total network, natural ventilation, regulator door, auxiliary and main ventilators. Designing of ventilation networks is done manually as computerized methods. In manual method regulator door, auxiliary and main ventilators in ventilation network are usually selected but in computerized method affections of ventilators in ventilation networks are investigated. Computerized method is based on mathematical approximate methods [1-5].



**METHODS**

In this paper Newton- Raphson method in the analysis of ventilation networks is investigated. Newton-Raphson method was used by Wang, Madani and Maleki in the analysis of ventilation networks. One of these equations is according to equation 1 [6-8].

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_1} & \frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_L} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_1} & \frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_L} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_L}{\partial \Delta Q_1} & \frac{\partial f_L}{\partial \Delta Q_2} & \dots & \frac{\partial f_L}{\partial \Delta Q_L} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ \vdots \\ Z_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \vdots \\ f_L \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \\ \vdots \\ \Delta Q_L \end{bmatrix}^{n+1} = \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \\ \vdots \\ \Delta Q_L \end{bmatrix}^n - \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ \vdots \\ Z_L \end{bmatrix} \quad (1)$$

**FINDINGS AND ARGUMENT**

In this paper models of designing ventilation networks are presented based on the fact that Newton-Raphson method can't find true final results. In the other word this method causes to divergence. For better understanding of disadvantage of this method a model of ventilation network has been presented in Figures 1, 2 and its results have been reported in Table 1 ( $P_{Fan} = 150 + 2Q - Q^2$ ).

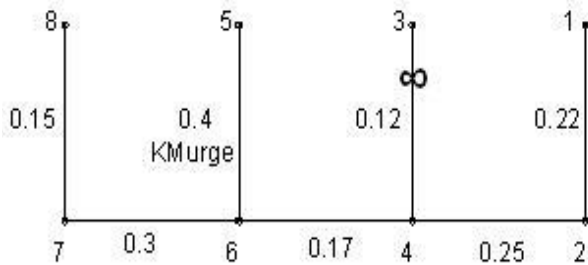


Figure 1. Hypothetical ventilation network

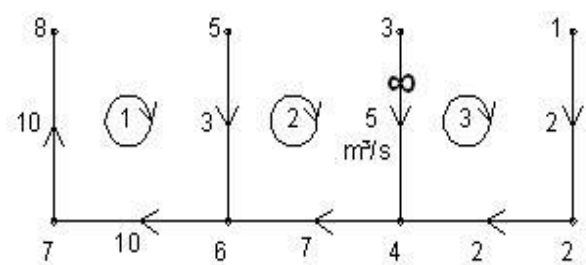


Figure 2. Intensity of hypothetical flows in ventilation network

Table 1. Final results of Newton- Raphson method

Description	$\Delta Q_1$	$\Delta Q_2$	$\Delta Q_3$	$Z_1$	$Z_2$	$Z_3$
Iteration 1	-4.229578	0.159506	-9.320972	4.229578	-0.159506	9.320972
Iteration 2	-9.167909	4.121655	-4.542144	4.938331	-3.962149	-4.778828
Iteration 3	11.521739	17.746411	33.702795	-20.689648	-13.624756	-38.244939
Iteration 1000	-38.793641	-9.909837	-16.382613	25.226057	-4.552812	19.670885
Iteration 10000	2.989273	3.427176	11.748402	4.880473	17.902735	15.847799
Iteration 20000	-6.981490	6.986606	0.115290	-0.239295	11.183710	6.217822
Iteration 30000	-5.548633	-28.221092	-8.013066	-10.536016	13.053877	7.077867
Iteration 40000	-23.530601	-13.638480	-4.108788	-10.028686	1.816853	-9.908830
Iteration 50000	-12.734481	-18.114058	-2.138845	2.658337	-5.748759	-5.756483

## CONCLUSIONS

Information in Table 1 show that Newton- Raphson method in the Analysis of ventilation networks in some models cannot find true final result. Therefore, correction of this method is necessary to ventilation network analysis. In this paper a new method was presented called new method is Newton- Raphson method without derivative. This new method performs according equation 2. This new method is always convergent and reduces volume of mathematical calculations. Results of Newton- Raphson method without derivative based on Figures 1 and 2 has been presented in Table 2.

$$P_k = \sum \pm R_i |Q_i| (Q_i + \sum \pm \Delta Q_j) - \sum (P_{Fi} - P_{Ni}) = 0 \quad (2)$$

**Table 2.** Final results of Newton- Raphson method without derivative

description	$Q_{12} = Q_{24}$	$Q_{34}$	$Q_{46}$	$Q_{56}$	$Q_{67} = Q_{78}$	$\Delta Q_1$	$\Delta Q_2$	$\Delta Q_3$
Iteration 1	-7.320972	14.480478	7.159506	-1.389084	5.770422	-8.459155	0.319013	-18.641944
Iteration 2	-5.376212	12.480877	7.104665	-3.598147	3.506518	-4.527809	-0.109683	3.889520
Iteration 3	-5.208733	12.009818	6.801085	-3.498108	3.302976	-0.407083	-0.607161	0.334957
Iteration 4	-5.206187	12.000331	6.794144	-3.497070	3.297074	-0.011804	-0.013881	0.005092
Iteration 5	-5.206187	12.000327	6.794140	-3.497071	3.297070	-0.000009	-0.000008	0.000001
Iteration 6	-5.206187	12.000327	6.794140	-3.497071	3.297070	0.000000	0.000000	0.000000

## REFERENCES

- [1] Cross, H. (1936). "Analysis of Flow in Networks of Conduits or Conductors". Bulletin 286, Engineering Experiment Station, University of Illinois, Urbane, 286-295.
- [2] Elahi, E. (2014). "The Principles of Designing Ventilation in Mine". Publication of JIHAD Amirkabir University, Tehran. (In Persian).
- [3] Elahi, E. (2015). "Improvement of Hardy Cross method in the analysis of underground excavations ventilation network". Tunneling and Underground Space Engineering, 3(2): 101-117. (In Persian).
- [4] Madani, H. (2003). "Mines Ventilation". Amirkabir University of Technology (Tehran Polytechnic) Press, Tehran, Vol. 2. (In Persian).
- [5] Madani, H. (2006). "Mines Ventilation". University Center Pub, Print 5, Tehran, Vol. 1. (In Persian).
- [6] Madani, H., and Maleki, B. (2007). "Analysis of Mines Ventilation Network by Newton-Raphson method based on the  $\Delta Q$  equations". Journal of AmirKabir University, 66(c): 97-102. (In Persian).
- [7] Madani, H., and Maleki, B. (2008). "Analysis of Mines Ventilation Network by Newton-Raphson method based on the  $H$  equations". Journal of Mine Engineerig, 3(5): 71-77. (In Persian).
- [8] Maleki, B., and Mozaffari, E. (2016). "A Comparative Study of the Iterative Numerical Methods Used in Mine Ventilation Networks". International Journal of Advanced Computer Science and Applications, 7(6): 356-362.