نشریه مهندسی منابع معدنی
Journal of Mineral Resources Engineering
(JMRE)

دوره دوم، شماره ۱، بهار ۱۳۹۶، صفحه ۱ تا ۱۷
Vol. 2, No. 1, Spring 2017, pp. 1-17

ارایه یک الگوریتم فراگیر برای بهینه‌سازی محدوده‌ی استخراج زیرزمینی

وحید نیک‌بین [۱]، سید محمد اسماعیل جلالی [۲*]، حسین میرزائی نصیرآباد [۳]

۱- دانشجوی دکتری، دانشکده معدن و متالورژی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران
۲- دانشیار، دانشکده معدن، نفت و ژئوفیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود
۳- استادیار، دانشکده معدن، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز

(دریافت ۱۳۹۵/۰۸/۲۳، پذیرش ۰۲ /۱۳۹۵/۱۲)

چکیده

هدف از بهینه‌سازی اقتصادی محدوده استخراج زیرزمینی، یافتن محدوده‌ای با بیشترین ارزش اقتصادی است که در آن، تمام محدودیت‌های فنی و هندسی روش استخراج مورد استفاده لحاظ شده باشد. اگرچه بیش از چهار دهه از ارایه اولین الگوریتم بهینه‌سازی محدوده استخراج زیرزمینی می‌گذرد ولی روند گسترش این الگوریتم‌ها در مقایسه با الگوریتم‌های مشابه برای کاربرد در معادن روباز به دلیل تعدد روش‌های استخراج زیرزمینی و پیچیدگی مدل‌سازی اقتصادی بسیار کند بوده است. در این مقاله یک الگوریتم فراگیر سه بعدی به نام ***MLOA*** ارایه شده است. این الگوریتم مانند الگوریتم گوما، بر روی مدل‌های بلوکی با ارزش متغیر اجرا می‌شود و توانایی تعیین تعداد، ارتفاع و جانمایی بهینه طبقات استخراجی را دارد. اگرچه روند تعیین طبقات محتمل در این الگوریتم مشابه با الگوریتم گوما است ولی روش تعیین ارزش اقتصادی بلوک‌ها در این دو الگوریتم کاملا متفاوت از یکدیگر است. در الگوریتم ***MLOA***، از یک الگوریتم جزءگرای جستجو محور به نام ***SOA*** برای تعیین محدوده بهینه کارگاه‌های استخراج زیرزمینی در هر طبقه استخراجی استفاده می‌شود. در الگوریتم ***SOA***، محدودیت‌های هندسی و فنی مانند حداقل و حداکثر ابعاد کارگاه استخراج و حداقل عرض پایه‌های جانبی در نظر گرفته شده است و با کاربرد آن می‌توان ابعاد و موقعیت بهینه کارگاه‌های استخراج را در درون یک طبقه استخراجی تعیین کرد. برای اعتبارسنجی، نتایج حاصل از کاربرد الگوریتم ***SOA*** بر روی مدل‌های بلوکی اقتصادی فرضی، با نتایج حاصل از الگوریتم‌های مشابه و دارای منطق ریاضی مقایسه شده است. نتایج حاصل، نشان دهنده توانایی الگوریتم ***SOA*** در تعیین محدوده بهینه کارگاه‌های استخراج زیرزمینی است.

کلمات کلیدی

کارگاه استخراج زیرزمینی، الگوریتم، بهینه‌سازی، جستجو محور.

* نویسنده مسئول و عهده دار مکاتبات Email: jalalisme@gmail.com

۱- مقدمه

هدف از بهینه‌سازی محدوده کارگاه‌های استخراج زیرزمینی، یافتن محدوده‌ای با بیشترین ارزش است که در این محدوده، محدودیت‌های فنی و هندسی متناسب با روش استخراج، در نظر گرفته شده باشد. اگرچه حدود پنج دهه از ارایه اولین الگوریتم بهینه‌سازی محدوده استخراج معادن میگذرد ولی بیشتر الگوریتم‌های ارایه شده در زمینه مباحث مربوط به استخراج روباز بوده‌اند و بر خلاف استخراج روباز، رشد این الگوریتم‌ها در زمینه استخراج زیرزمینی به دلایلی مانند متعدد بودن روش‌های استخراج زیرزمینی، پیچیدگی مدل‌سازی اقتصادی محدوده معدنی و استفاده از فرضیات ساده‌ساز در تهیه این الگوریتم‌ها، بسیار کند بوده است [۱].

الگوریتم‌های ارایه شده در زمینه بهینه‌سازی محدوده کارگاه‌های استخراج زیرزمینی از نظر نحوه عملکرد به دو گروه کل‌گرا و جزءگرا تقسیم‌بندی می‌شوند. الگوریتم‌های جزءگرا الگوریتم‌هایی هستند که در آن‌ها ابتدا کل محدوده معدنی که در برگیرنده کانسار و محدوده اطراف آن است، با در نظر گرفتن محدودیت‌های ابعادی کارگاه‌های استخراج به پهنه‌ها یا طبقات اصلی تقسیم می‌شود سپس جستجو برای یافتن محدوده بهینه کارگاه‌های استخراج بر روی هر طبقه یا پهنه بطور جداگانه آغاز می‌شود. بر خلاف الگوریتم‌های جزءگرا، در الگوریتم‌های کل‌گرا ابتدا جستجوی محدوده بهینه استخراج بر روی کل مدل اقتصادی محدوده معدنی انجام می‌پذیرد و پس از یافتن محدوده استخراج بهینه این محدوده با توجه به مشخصات ابعادی کارگاه‌های استخراج به طبقات یا پهنه‌های مختلف تقسیم می‌شود[۲].

در یک تقسیم‌بندی دیگر، الگوریتم‌های ارایه شده برای بهینه‌سازی اقتصادی محدوده نهایی معادن زیرزمینی را از نظر منطق مورد استفاده در آن‌ها می‌توان به دو گروه "الگوریتم‌های دارای منطق ریاضی[۱]" و "الگوریتم‌های دارای منطق جستجومحور[۲]" تقسیم کرد [۳].

اولین الگوریتم بهینه‌سازی محدوده استخراج زیرزمینی در سال ۱۹۷۷ توسط ریدل[۳] و برای روش تخریب بلوکی ارایه شده است. این الگوریتم دارای منطق برنامه‌ریزی پویا است و با انجام اصلاحاتی بر روی الگوریتم لرچ و گراسمن[۴] ارایه شده است. الگوریتم لرچ و گراسمن قدیمی‌ترین الگوریتمی است که برای بهینه‌سازی محدوده استخراج روباز بر روی یک مدل اقتصادی دوبعدی به کار رفته است. اگرچه این الگوریتم دارای منطق ریاضی بوده و بنابراین همواره قادر به یافتن محدوده استخراج بهینه واقعی برای مدل‌های دوبعدی است ولی ازآنجا که این الگوریتم تنها با شرایط فنی روش استخراج تخریب بلوکی سازگاری دارد، نمی‌توان از آن برای بهینه‌سازی محدوده استخراج در سایر روش‌های زیرزمینی استفاده کرد و این مساله باعث محدود شدن دامنه کاربرد آن شده است. الگوریتم ارایه شده توسط ریدل تنها بر روی مدل‌های اقتصادی دوبعدی قابل اجراست و برای کاربرد این الگوریتم در سه بعد باید مقاطع قایم کانسار بصورت هم فاصله تهیه شده و بهینه‌سازی محدوده استخراج بر روی هر مقطع بصورت جداگانه انجام شود. در این شرایط ممکن است محدوده‌های بهینه شده در مقاطع متوالی از نظر فنی و هندسی با هم سازگاری نداشته باشند و نیاز به سازگار نمودن مقاطع احساس شود. طبیعی است که در چنین حالتی الگوریتم ریدل قادر به ارایه یک محدوده استخراج بهینه نخواهد بود. اجرای این الگوریتم بر روی مقاطع عمود بر هم از یک کانسار احتمالا نتایج متفاوتی از محدوده بهینه استخراج ارایه می‌دهد [۵].

ریدل بر اساس الگوریتمی که ارایه داده است، یک برنامه کامپیوتری به زبان Fortran تدوین کرده است. این برنامه قدیمی‌ترین برنامه کامپیوتری است که برای بهینه‌سازی محدوده استخراج در یک طبقه تدوین شده و بر روی چند مدل اقتصادی دو بعدی فرضی اجرا شده است [۵].

در سال ۱۹۹۵ اُوانیک و یانگ[۵] بر مبنای تکنیک شاخه و حد الگوریتمی به منظور بهینه‌سازی محدوده استخراج زیرزمینی در یک پهنه یا طبقه ارایه داده‌اند. این الگوریتم بر روی مدل اقتصادی دوبعدی محدوده معدنی تعریف می‌شود و با اتکا به یک منطق ریاضی، محدوده استخراج در هر ردیف از مدل بلوکی بطور جداگانه مشخص می‌شود. از امتیازات برجسته این روش نسبت به روش‌های دیگر، عدم نیاز آن به هندسه و مشخصات بلوک است. اما از آنجا که این الگوریتم فقط در یک ردیف از مدل بلوکی، عمل بهینه‌سازی را انجام می‌دهد بنابراین ماهیت تک‌بعدی دارد و این یکی از معایب آن است [۶].

آلفورد[۶] در سال ۱۹۹۵ الگوریتمی به نام "کارگاه شناور[۷]" را برای بهینه‌سازی کارگاه استخراج ارایه داده است که از آن برای تعیین محدوده مواد معدنی قابل استخراج در نرم‌افزار Datamine استفاده شده است. الگوریتم کارگاه شناور یک الگوریتم جستجو محور است و منطق مورد استفاده در آن

با الگوریتم مخروط متحرک[8] که مفاهیم اولیه آن توسط پانا[9] برای تعیین محدوده بهینه استخراج روباز تدوین شده، مشابه است. یکی از مشکلات اساسی الگوریتم کارگاه شناور، همپوشانی کارگاه‌ها است و این مساله زمانی رخ می‌دهد که چند بلوک با عیار بالا در دو یا چند کارگاه مشترک باشند. در چنین وضعیتی ممکن است یک کارگاه به تنهایی اقتصادی باشد ولی زمانی که با کارگاه‌های دیگر درنظر گرفته شود، مجموع این کارگاه‌ها دارای ارزش اقتصادی منفی شود. نرم‌افزار Datamine مهمترین و پرکاربردترین نرم‌افزاری است که برای بهینه‌سازی محدوده استخراج استفاده می‌شود. در این نرم‌افزار، از الگوریتم کارگاه شناور برای طراحی محدوده کارگاه‌های استخراج زیرزمینی استفاده می‌شود [۷].

عطایی‌پور در سال ۱۹۹۷ یک الگوریتم جستجو محور به نام الگوریتم "با ارزش‌ترین همسایگی[10]" را برای بهینه‌سازی محدوده کارگاه استخراج ارایه داده است. این الگوریتم، مشابه الگوریتم کارگاه شناور است ولی با روشی متفاوت از روش کارگاه شناور، محدوده‌های بهینه را تعریف می‌کند. این الگوریتم در درون مدل اقتصادی کانسار، بلوک‌هایی که متناظر با بیشترین سود هستند را با اعمال شرایط هندسی کارگاه جستجو می‌کند. این الگوریتم نیز مانند الگوریتم کارگاه شناور بصورت سه‌بعدی و به‌سادگی برای بهینه‌سازی و تحلیل حساسیت محدوده استخراج در تمام روش‌های استخراج زیرزمینی قابل استفاده است. یکی از مشکلات مهم الگوریتم با ارزشترین همسایگی این است که همانند الگوریتم کارگاه شناور یک الگوریتم جستجو محور است و توانایی پیدا کردن جواب بهینه واقعی را ندارد [۸].

برنامه کامپیوتری غیرتجاری *SLO* نیز بر اساس الگوریتم با ارزشترین همسایگی برای بهینه‌سازی محدوده استخراج زیرزمینی ارایه شده است اما گزارشی از کاربرد این الگوریتم بر روی مدل‌های واقعی ارایه نشده است [۹].

جلالی و همکاران در سال ۲۰۰۵ یک الگوریتم جدید به نام "اُلیپس[11]" را برای بهینه‌سازی محدوده استخراج در کانسارهای رگ‌های ارایه داده‌اند. این الگوریتم منطق برنامه‌ریزی پویا دارد و از آنجاکه بر روی مدل اقتصادی بلوکی خاصی اجرا می‌شود بنابراین بعضی از محدودیت‌های ابعادی کارگاه استخراج را رفع می‌نماید [۱۰].

الگوریتم اُلیپس یک الگوریتم جزءگرا و با منطق ریاضی است که به منظور شبیه‌سازی هرچه دقیقتر مشخصات فنی و هندسی کارگاه‌های استخراج در روش‌های مختلف استخراج زیرزمینی، ارایه شده است و بر روی نوع ویژهای از مدل بلوکی اقتصادی دوبعدی محدوده استخراج تعریف می‌شود. با ساخت چنین مدلی، بعضی از محدودیت‌های فنی و هندسی روش‌های استخراج زیرزمینی از مجموعه قیود الگوریتم حذف می‌شوند و به مدل اقتصادی محدوده استخراج انتقال می‌یابند. در الگوریتم اُلیپس، عواملی چون حداقل طول کارگاه استخراج، ارتفاع مجاز کارگاه استخراج و نیز محدودیت هم‌ترازی حدود بالایی و پایینی کارگاه‌های استخراج مجاور در نظر گرفته می‌شوند بنابراین می‌توان از این الگوریتم برای بهینه‌سازی کانسارهای رگ‌های یا لایه‌ای که معمولا مدل‌های اقتصادی دوبعدی از آن‌ها تهیه می‌شود، استفاده کرد [۱۱].

بر مبنای الگوریتم اُلیپس، یک برنامه کامپیوتری به نام *SBO*[12] توسط جلالی و همکاران طراحی و تدوین شده است و نتایج حاصل از اعتبارسنجی آن بر روی مدل‌های فرضی موفقیت‌آمیز بوده است [۱۲].

الگوریتم "گوما" (*GOUMA*) نیز توسط جلالی و همکاران، برای توسعه الگوریتم اُلیپس ارایه شده است. در این الگوریتم مساله جانمایی بهینه طبقات، همزمان با موضوع تعیین محدوده بهینه استخراج در هر طبقه در نظر گرفته می‌شود. الگوریتم اُلیپس یک الگوریتم جزءگرا است و برای بهینه‌سازی اقتصادی محدوده استخراج در یک پهنه یا طبقه تدوین شده است بنابراین برای عمومیت بخشیدن به موضوع بهینه‌سازی محدوده استخراج زیرزمینی، الگوریتم گوما ارایه شده است. با کاربرد این الگوریتم امکان تعیین تعداد، ارتفاع و جانمایی بهینه طبقات وجود دارد. الگوریتم گوما بر روی یک مدل بلوکی خاصی به نام مدل اقتصادی با ارزش متغیر[13] (*VVEM*) اجرا می‌شود [۴].

دیمیتراکوپولوس[14] و همکاران در سال ۲۰۰۹ یک روش بهینه‌سازی احتمالاتی، برای طراحی کارگاه استخراج در شرایط عدم قطعیت بر اساس برنامه ریزی اعداد صحیح ارایه داده‌اند. اگرچه این الگوریتم، اولین روشی است که عدم قطعیت را در طراحی کارگاه استخراج در نظر گرفته است ولی ماهیت جستجو محور دارد و زمان طولانی را صرف پیدا کردن جواب می‌نماید [۱۳].

توپال[15] و همکاران در سال ۲۰۱۰، الگوریتمی برای تعیین محدوده استخراج زیرزمینی در سه بعد ارایه داده‌اند. این الگوریتم بر روی مدل بلوکی اقتصادی اجرا می‌شود و توانایی

پیدا کردن، موقعیت، ارزش و ارزش خالص فعلی[16] کارگاه‌های استخراج را در سه بعد دارد. الگوریتم ارایه شده توسط توپال و سنز، دارای ماهیت جستجو محور است و توانایی تعیین محدوده بهینه واقعی استخراج را ندارد [۱۴].

توپال نیز بر مبنای الگوریتمی که خود ارایه داده یک برنامه در محیط نرم‌افزار *MATLAB* تدوین کرده است که با استفاده از این برنامه می‌توان کارگاه‌های استخراج با ابعاد یکسان و یا متفاوت را در موقعیت مناسب جانمایی کرد [۱۴].

با توجه به مطالب پیش گفته می‌توان دریافت که در اکثر الگوریتم‌هایی که تاکنون ارایه شده‌اند تنها برخی از محدودیت‌ها و مشکلات موجود، مورد توجه قرار گرفته است. استفاده از فرضیات ساده‌ساز در طراحی این الگوریتم‌ها باعث سلب جامعیت و گستردگی آن‌ها شده است. از میان الگوریتم‌های نامبرده، الگوریتم دو بعدی گوما، نسبتا جامع است و با فراخوانی الگوریتم اُلیپس در هر طبقه، محدوده بهینه کارگاه‌های استخراج را تعیین می‌کند. الگوریتم گوما بر خلاف سایر الگوریتم‌ها، بر روی یک مدل بلوکی اقتصادی با ارزش متغیر اجرا می‌شود و توانایی تعیین تعداد، ارتفاع و جانمایی بهینه طبقات را دارد.

در این مقاله، یک الگوریتم فراگیر سه بعدی جدید به نام *MLOA*[17] به منظور بهینه‌سازی محدوده استخراج زیرزمینی ارایه شده است که با در نظر گرفتن تمام محدوده‌های استخراج محتمل و با به کارگیری الگوریتم جزءگرای *SOA*[18] بر روی مدل‌های بلوکی اقتصادی با ارزش متغیر، توانایی تعیین تعداد، ارتفاع و جانمایی بهینه طبقات استخراجی را دارد.

روند تعیین محدوده‌های استخراج محتمل در الگوریتم *MLOA*، مشابه با الگوریتم گوما است ولی روش تعیین ارزش اقتصادی بلوک در این دو الگوریتم متفاوت از یکدیگر است. همچنین صحت روابط پیشنهادی این مقاله برای تعیین ارزش اقتصادی بلوک، به صورت تحلیلی اثبات و مقایسه نتایج با تحقیقات پیشین کاملا موفقیت‌آمیز بوده است.

در الگوریتم فراگیر *MLOA*، برای تعیین موقعیت و ابعاد بهینه کارگاه‌های استخراج در هر طبقه استخراجی از الگوریتم *SOA* استفاده می‌شود بنابراین در ابتدا، الگوریتم *SOA* و مراحل اجرای آن توضیح داده می‌شود.

۲- الگوریتم جزءگرای *SOA*

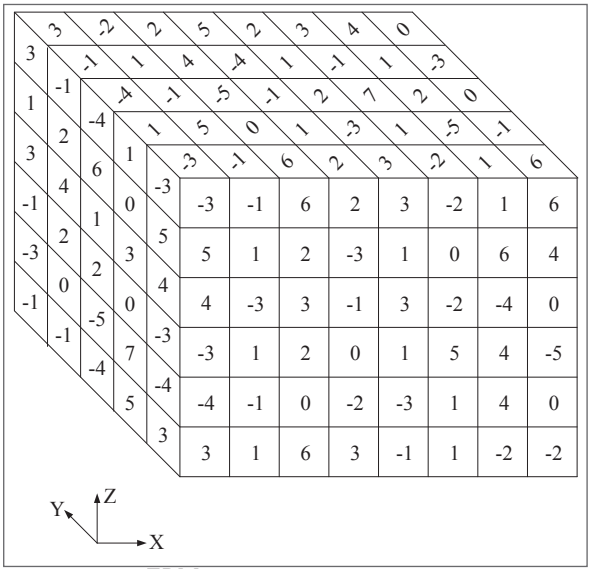
الگوریتم *SOA*، الگوریتمی سه بعدی با منطق جستجو محور است. تابع هدف در این الگوریتم دست‌یابی به حداکثر ارزش اقتصادی بدون در نظر گرفتن ارزش زمانی پول است. الگوریتم *SOA* برای بهینه‌سازی موقعیت و ابعاد کارگاه‌های استخراج در درون یک طبقه استخراجی به کار میرود. به عبارت دیگر در روش‌های استخراج قایم که کانسار به یک یا چندین طبقه استخراجی تقسیم می‌شود می‌توان با کاربرد این الگوریتم در درون هر طبقه استخراجی، موقعیت و ابعاد بهینه کارگاه‌های استخراج را تعیین کرد. در این الگوریتم، موقعیت و ابعاد بهینه کارگاه‌های استخراج زیرزمینی بر مبنای ملاحظات فنی و اقتصادی تعیین می‌شود. در واقع ملاحظات فنی باید تامین‌کننده عواملی مانند حفظ پایداری کارگاه استخراج و سازگاری هندسی و ابعادی آن باشند و بر مبنای ملاحظات اقتصادی نیز باید به بیشترین سود ممکن دست یافت. به عبارت دیگر در محدوده تعیین شده با کاربرد این الگوریتم، علاوه بر این که باید تمام محدودیت‌های فنی رعایت شده باشد، این محدوده باید تضمین‌کننده بیشترین سود ممکن نیز باشد. در جدول ۱، برخی از محدودیت‌های فنی و هندسی که در الگوریتم *SOA* می‌توان لحاظ کرد، نشان داده شده است.

جدول ۱: برخی از محدودیت‌های فنی و هندسی قابل اعمال در الگوریتم *SOA*

محدودیت	علامت
حداقل ابعاد کارگاه استخراج در جهت X	l_x
حداکثر ابعاد کارگاه استخراج در جهت X	L_x
حداقل ابعاد کارگاه استخراج در جهت Y	l_y
حداکثر ابعاد کارگاه استخراج در جهت Y	L_y
حداقل ارتفاع کارگاه استخراج	l_z
حداکثر ارتفاع کارگاه استخراج	L_z
حداقل ضخامت لنگه‌های جانبی	R

۲-۱- مدل بلوکی اقتصادی

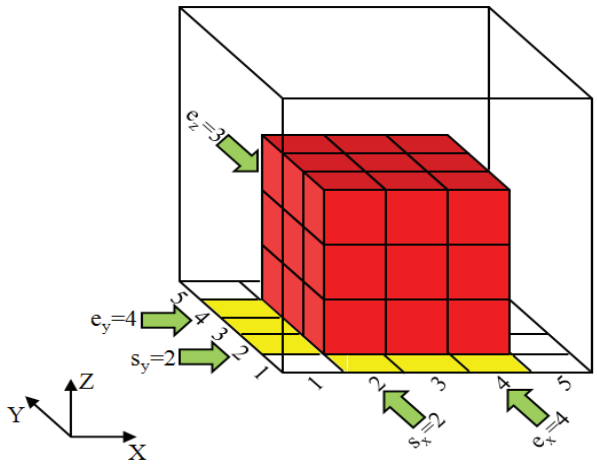
الگوریتم *SOA* بر روی یک مدل بلوکی اقتصادی سه بعدی به نام *EBM*[19] اجرا می‌شود. تعداد بلوک‌های این مدل در سه جهت X، Y و Z به ترتیب برابر با I، J و K بلوک در نظر گرفته می‌شود. در شکل ۱، یک نمونه از مدل بلوکی اقتصادی (*EBM*) که دارای ۲۴۰ بلوک است، نشان داده شده است. هر یک از بلوک‌های *EBM* می‌تواند دارای مقداری مثبت، صفر و یا منفی باشد.



شکل ۱: مدل بلوکی اقتصادی *EBM*

۲-۲- کارگاه استخراج محتمل[۲۰]

کارگاه استخراج محتمل یک مکعب مستطیل است که در داخل مدل بلوکی جای داده می‌شود و ابعاد آن در سه جهت X، Y و Z به ترتیب برابر با l_x، l_y و l_zاست. l_z شامل تمام اعداد موجود در بازه l_z و L_z است بنابراین تعداد بلوک‌های هر کارگاه استخراج محتمل برابر با $(l_x \times l_y \times l_z)$ است. در شکل ۲، حدود پایین یک کارگاه استخراج محتمل در جهات مختلف با s_x، s_y و s_z و همچنین حدود بالای آن با e_x، e_y و e_z نشان داده شده است. این شکل نشان می‌دهد اگر کارگاه استخراج محتمل در یک جهت خاص بر روی محور مربوط به آن جهت، تصویر شود آنگاه کوچکترین شماره بلوک در آن جهت، حد پایین و بزرگترین شماره بلوک، حد بالای آن است.



شکل ۲: نمایش کارگاه استخراج محتمل در درون مدل بلوکی

حدود تغییرات، s_x ، s_y و s_z در یک مدل بلوکی با رابطه ۱ بیان می‌شود.

$$s_x \in X_1 = \{1,2,...,I - l_x + 1\}$$
$$. s_y \in Y_1 = \{1,2,...,J - l_y + 1\} . \quad (۱)$$
$$s_z = \{1\}$$

با توجه به ابعاد هر کارگاه استخراج محتمل و همچنین حدود پایین آن در سه جهت یاد شده، می‌توان مقدار حدود بالا را به صورت زیر برای آن تعیین کرد.

$$e_x = s_x + l_x - 1$$
$$e_y = s_y + l_y - 1 \quad (۲)$$

همچنین حدود تغییرات e_x ، e_y و e_z نیز از طریق رابطه ۳ قابل محاسبه است.

$$e_x \in X_2 = \{l_x, l_x + 1,..., I\}$$
$$e_y \in Y_2 = \{l_y, l_y + 1,..., J\} \quad (۳)$$
$$e_z = l_z^{'} \ : \ l_z \le l_z^{'} \le L_z$$

۲-۳- مراحل اجرای الگوریتم *SOA*

در اولین مرحله از اجرای الگوریتم، یک مدل بلوکی سه‌بعدی با ابعاد مشابه مدل اقتصادی (*EBM*) به نام *GBM*[۲۱] ساخته می‌شود. مدل *GBM*، یک مدل دودویی[۲۲] است که در ابتدا تمام بلوک‌های آن دارای ارزش صفر هستند. به عبارت دیگر چون قبل از شروع اجرای الگوریتم هیچ کارگاهی یافت نشده است بنابراین تمام بلوک‌ها، ارزش صفر دارند که به معنای عدم استخراج آن‌هاست و چنانچه در هر مرحله از اجرای الگوریتم، کارگاهی یافت شود، بلوک‌های واقع در محدوده این کارگاه و در درون مدل بلوکی *GBM*، دارای ارزش یک خواهند شد، بنابراین تمام بلوک‌های *GBM* همواره دارای یکی از دو مقدار صفر و یا یک هستند.

در مرحله دوم، جستجو برای پیدا کردن کارگاه‌های استخراج محتمل[۲۳] شروع می‌شود. با تعیین حدود تغییرات حد بالا و پایین کارگاه استخراج محتمل با استفاده از روابط ۱ تا ۳، تمام موقعیت‌های ممکن برای تشکیل این کارگاه‌ها به سادگی بدست خواهد آمد. با قرارگیری این کارگاه در تمام موقعیت‌های تعریف شده و پس از تعیین ارزش آن‌ها، با ارزشترین کارگاه استخراج انتخاب می‌شود. هر کارگاه استخراج محتمل با $PS_{(sx,\ sy,\ lz)}$ نشان داده می‌شود. پس از بررسی تمام موقعیت‌های ممکن،

کارگاهی که بیشترین ارزش را دارد و ناقض محدودیت‌های حاکم بر مساله نباشد، انتخاب شده و حدود پایین آن در سه جهت X، Y و Z به ترتیب $\hat{s}_x$، $\hat{s}_y$ و $\hat{s}_z$ و همچنین حدود بالای آن نیز در همین جهات به ترتیب $\hat{e}_x$، $\hat{e}_y$ و $\hat{e}_z$ نام‌گذاری می‌شود، سپس ارزش بلوک‌هایی از مدل GBM که متناظر با این موقعیت باشند، از صفر به یک تغییر داده می‌شود.

به منظور تعیین ارزش هر کارگاه استخراج محتمل (PSV)، باید ارزش تمام بلوک‌های واقع در آن کارگاه را در صورتیکه قبلا به عنوان جزیی از محدوده انتخاب نشده باشند با هم جمع کرد. بدیهی است، بلوکی جزو محدوده استخراجی است که دارای مقدار یک در مدل GBM باشد. در واقع، اجتماع تمام بلوک‌های دارای مقدار یک در مدل GBM معرف محدوده استخراج قطعی است. بدیهی است که محدوده استخراج محتمل نیز در صورت رعایت محدودیت‌های مساله و سودآور بودن، به محدوده قطعی اضافه می‌شود.

به منظور تعیین ارزش هر کارگاه استخراج محتمل، از رابطه ۴ استفاده می‌شود. محدودیت‌های مساله، در تابع هدف لحاظ می‌شوند و مبنای کار بر اساس شناسایی هر موقعیت محتمل غیرموجه با استفاده از متغیر I_i (متغیر شناسایی برای اطمینان از برقراری یا عدم برقراری محدودیت i ام) و ضرب آن در یک مقدار منفی بزرگ است. در این صورت تابع هدف شامل جریمه می‌شود و از انتخاب آن جلوگیری به عمل می‌آید.

پارامترهای E و G در روابط آتی، به ترتیب معرف مدل‌های EBM و GBM هستند.

$$PSV_{(s_x,s_y,l'_z)} = \left(\sum_{i=s_x}^{e_x} \sum_{j=s_y}^{e_y} \sum_{k=1}^{l'_z} (1-G_{(i,j,k)})\, E_{(i,j,k)} \right) + M^{-}(Q_{(s_x,s_y,l'_z)} + I_1 + I_2 + \ldots) \quad (۴)$$

که در آن:

M^{-} یک عدد منفی بزرگ

$Q_{(s_x,s_y,l'_z)}$ مدلی برای جلوگیری از تکرار بررسی یک کارگاه محتمل

I_1 متغیر شناسایی برای اطمینان از برقراری محدودیت حداقل ضخامت لنگه‌های جانبی

I_2 متغیر شناسایی برای اطمینان از برقراری محدودیت حداکثر ابعاد کارگاه استخراج

هر کارگاه محتمل صرفا یک بار در روند اجرای الگوریتم بررسی می‌شود. بدین منظور از مدل دودویی Q استفاده می‌شود. اگر یک کارگاه محتمل قبلا بررسی شده باشد مقدار مدل Q به ازای سه مشخصه اصلی آن کارگاه (s_x, s_y, l'_z)، یک بوده و با ضرب این مقدار در پارامتر M، تابع هدف شامل جریمه شده و به هیچ وجه، مراحل بعدی الگوریتم بر روی کارگاه محتمل مذکور اجرا نمی‌شود. واضح است در ابتدای شروع الگوریتم چون هنوز هیچ یک از کارگاه‌های محتمل بررسی نشده‌اند بنابراین تمام اعضای مدل Q دارای مقدار صفر هستند. پس از بررسی هر کارگاه محتمل، مقدار عضوی از مدل Q که متناظر با مشخصات آن کارگاه است، از صفر به یک تغییر داده می‌شود.

از میان تمام قیود حاکم بر طراحی کارگاه‌های استخراج زیرزمینی، دو قید مهم به نام‌های حداقل ضخامت لنگه‌های جانبی و حداکثر طول کارگاه استخراج به عنوان نمونه انتخاب شده و نحوه تعیین متغیر شناسایی این دو قید شرح داده شده است. مدل‌سازی قیود دیگر، مانند هم‌ترازی سقف کارگاه استخراج و نظایر آن نیز به آسانی امکانپذیر است که در این مقاله از پرداختن به جزییات آن‌ها صرف‌نظر شده است.

اضافه کردن یک کارگاه استخراج محتمل به محدوده، دو حالت زیر را در ارتباط قید i ام در پی خواهد داشت:

الف- محدودیت i ام را نقض می‌کند که در این صورت لازم است مقدار متغیر I_i یک عدد مثبت باشد که با ضرب آن در پارامتر M، ارزش کارگاه استخراج منفی شده و از انتخاب آن جلوگیری می‌شود.

ب- محدودیت i ام را نقض نمی‌کند و برعکس حالت قبل، مقدار متغیر I_i برابر صفر است.

برای بررسی محدودیت حداقل ضخامت لنگه‌های جانبی با استفاده از متغیر I_1، لازم است چهار حالت کلی زیر بررسی شود:

حالت اول: گوشه سمت چپ کارگاه استخراج محتمل، به محدوده استخراج قطعی متصل است (شکل ۳- الف).

حالت دوم: کارگاه استخراج محتمل در سمت راست محدوده استخراج قطعی قرار گرفته، از آن مجزا بوده و بین این دو، پایه تشکیل می‌شود (شکل ۳- ب).

حالت سوم: گوشه سمت راست کارگاه استخراج محتمل، به محدوده استخراج قطعی متصل است (شکل ۳- ج).

حالت چهارم: کارگاه استخراج محتمل در سمت چپ محدوده استخراج قطعی قرار گرفته، از آن مجزا بوده و بین این دو، پایه تشکیل می‌شود (شکل ۳- د).

شکل۳: چهار حالت کلی قرارگیری کارگاه استخراج محتمل نسبت به محدوده استخراج قطعی در یک مقطع از مدل بلوکی (مقطع $j=\alpha$)

برای تعیین مقدار متغیر I_1 در هر چهار حالت یاد شده، رابطه ۵ ارایه شده است.

$$I_1 = \sum_{j=s_y}^{s_y+l_y-1} (1-G_{(s_x-1,j,1)})\,a_j + (1-G_{(e_x+1,j,1)})b_j \qquad (۵)$$

که در آن متغیرهای a_j و b_j به ترتیب معرف تعداد بلوک‌های محدوده استخراج قطعی در سمت راست و چپ کارگاه محتمل و در مقطع jام و با روابط ۶ و ۷ قابل تعیین هستند.

منظور از بلوک‌های واقع در محدوده استخراج قطعی، آن دسته از بلوک‌هایی‌اند که دارای مقدار یک در مدل GBM هستند.

$$a_j = \sum_{i=s_x-R}^{s_x-1} G_{(i,j,1)} \qquad (۶)$$

$$b_j = \sum_{i=e_x+1}^{e_x+R} G_{(i,j,1)} \qquad (۷)$$

در حالت‌های اول و سوم، کارگاه استخراج محتمل (بلوک‌های دارای رنگ قرمز) به محدوده استخراج قطعی (بلوک‌های دارای رنگ خاکستری) متصل است و بنابراین نیازی به بررسی قید حداقل ضخامت لنگه‌های جانبی وجود نیست (I_1=۰)، بنابراین ازآنجاکه مقادیر $G_{(s_x-1,j,1)}$ و $G_{(e_x+1,j,1)}$ برابر با یک هستند با جایگذاری در رابطه ۵، مقدار I_1 همواره برابر صفر است.

برعکس دو حالت قبل، در حالت‌های دوم و چهارم ضرایب $1-G_{(s_x-1,j,1)}$ و $1-G_{(e_x+1,j,1)}$ برابر یک هستند و بنابراین مقدار متغیر I_1، به مقادیر متغیرهای a_j و b_j وابسته است و تنها زمانی مقدار I_1 برابر صفر است که مجموع تمام بلوک‌هایی محدوده استخراج قطعی، واقع در سمت راست حد پایین و همچنین در سمت چپ حد بالا، در یک بازه مشخص (به اندازه حداقل ضخامت لنگه جانبی (R))، برابر با صفر باشد. به عنوان مثال اگر مقدار R برابر با سه بلوک فرض شود، مطابق رابطه ۸

(این رابطه بخش دوم رابطه ۵ است)، در شکل ۳- د این قید رعایت شده و بر اساس رابطه ۹ (این رابطه، بخش اول رابطه ۵ است)، در شکل ۳- ب نقض شده است.

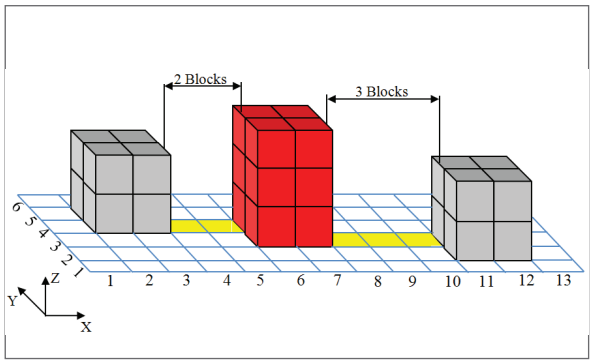
$$I_1 = (1-G_{(5,b,1)}).\sum_{i=5}^{7} G_{(i,b,1)} = (1-0)(0+0+0) = 0 \quad (۸)$$

$$I_1 = (1-G_{(4,b,1)}).\sum_{i=2}^{4} G_{(i,b,1)} = (1-0)(1+0+0) = 1 > 0 \quad (۹)$$

همچنین مطابق شکل ۴، اگر حداقل ابعاد کارگاه‌های استخراج در هر سه جهت برابر ۲ بلوک باشد و حداقل ضخامت لنگه‌های جانبی برابر ۳ بلوک باشد، در سمت چپ کارگاه محتمل و در مقطع j=۴ پایه‌ای تشکیل می‌شود که ناقض محدودیت حداقل ضخامت لنگه‌های جانبی است، بنابراین این کارگاه محتمل ($PS_{(6,3,3)}$) شرایط تبدیل به کارگاه قطعی را نخواهد داشت.

$$a_4 = \sum_{i=3}^{5} G_{(i,4,1)} = G_{(3,4,1)} + G_{(4,4,1)} + G_{(5,4,1)} = 1 \quad (۱۰)$$

$$I_1 = a_3 + a_4 + b_3 + b_4 = 0+1+0+0 = 1 \quad (۱۱)$$



شکل۴: موقعیت سه بعدی یک کارگاه استخراج محتمل نسبت به محدوده استخراج قطعی و نقض شدن محدودیت حداقل ضخامت لنگه‌های جانبی

با استدلال‌هایی مشابه قبل، مقدار متغیر I_2، به صورت زیر قابل تعیین است.

$$I_2 = \sum_{j=s_y}^{s_y+l_y-1} \max\{w_j - L_x, 0\} \quad (۱۲)$$

که در آن:

w_j طول کارگاه استخراج (محدوده حاصل از اجتماع دو محدوده قطعی و محتمل) در مقطع jام

واضح است در صورتیکه $w_j > L_x$ باشد، بدین معناست که با اضافه کردن کارگاه استخراج محتمل به محدوده قطعی موجود، محدوده‌ای بدست می‌آید که قید حداکثر طول کارگاه استخراج در آن نقض شده است، بنابراین در چنین شرایطی مطابق رابطه ۱۲، مقدار متغیر I_2 یک عدد مثبت است تا از انتخاب این کارگاه استخراج محتمل جلوگیری شود.

مقدار متغیر w_j، با رابطه ۱۳ قابل تعیین است. متغیرهای c_j و d_j در این رابطه به ترتیب معرف بزرگترین و کوچکترین شماره بلوک واقع در درون کارگاه استخراج (محدوده حاصل از اجتماع دو محدوده قطعی و محتمل) ، در مقطع jام و در جهت i هستند.

$$w_j = c_j - d_j + 1 \quad (۱۳)$$

مقادیر c_j و d_j با استفاده از روابط ۱۴ و ۱۵ قابل تعیین هستند.

$$c_j = \min\{e_x + M^+.G_{(e_x+1,j,1)}, \min_{e_x<i\le I}\{i + M^+(1-G_{(i,j,1)}+G_{(i+1,j,1)})\}\} \quad (۱۴)$$

$$d_j = \max\{s_x + M^-.G_{(s_x-1,j,1)}, \max_{1\le i<s_x}\{i + M^-(1-G_{(i,j,1)}+G_{(i-1,j,1)})\}\} \quad (۱۵)$$

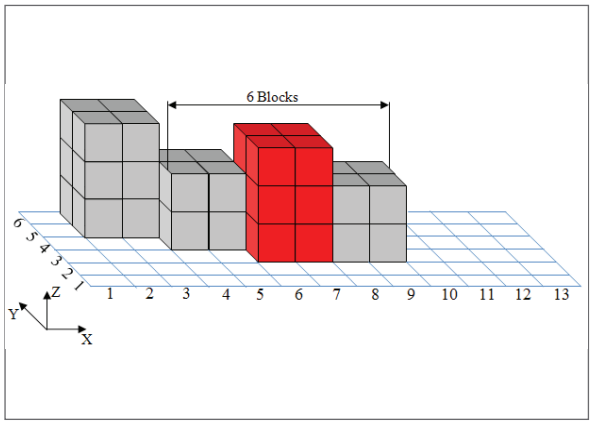
پارامتر M^+ در روابط ۱۴ و ۱۵، معرف یک عدد مثبت بزرگ است.

همچنین مطابق شکل ۵، اگر حداقل ابعاد کارگاه‌های استخراج در هر سه جهت برابر ۲ بلوک باشد و حداکثر طول کارگاه‌های استخراج برابر ۵ بلوک باشد، با اضافه شدن کارگاه محتمل $PS_{(6,3,3)}$ (بلوک‌های قرمز رنگ) به محدوده قطعی (بلوک‌های خاکستری رنگ) طول کارگاه حاصل از اجتماع دو محدوده در مقطع j=۴ و در جهت امتداد کانسار (X) برابر ۶ بلوک می‌شود که ناقض قید حداکثر طول کارگاه استخراج است، بنابراین این کارگاه محتمل ($PS_{(6,3,3)}$) شرایط تبدیل به کارگاه قطعی را نخواهد داشت. طول کارگاه حاصل از اجتماع دو محدوده، با روابط ۱۶ تا ۱۸ قابل تعیین است. مقادیر M^+ و M^+ در این روابط، به ترتیب برابر با ۱۰۰ و ۱۰۰- هستند.

$$c_4 = \min\{107, \min_{8\le i\le 13}\{108,9,110,111,112,113\}\} = 9 \quad (۱۶)$$

$$d_4 = \max\{-94, \max_{1\le i\le 5}\{-99,-98,-97,4,-95\}\} = 4 \quad (۱۷)$$

$$w_4 = c_4 - d_4 + 1 = 9 - 4 + 1 = 6 \quad (۱۸)$$



شکل۵:موقعیت سه بعدی یک کارگاه استخراج محتمل نسبت به محدوده استخراج قطعی و نقض شدن محدودیت حداکثر طول کارگاه استخراج

پس از تعیین ارزش هر کارگاه محتمل، با ارزشترین کارگاه که دارای ارزش منفی، صفر و یا مثبت است انتخاب می‌شود (رابطه ۱۹).

$$PSV_{(\hat{s}_x,\hat{s}_y,\hat{l}_z')} = \max\{PSV_{(s_x,s_y,l_z')} : \forall s_x \in X_1, \quad (۱۹)$$
$$s_y \in Y_1, l_z' \in \{l_z,...,L_z\}\}$$

به منظور جلوگیری از تکرار محاسبه کارگاه محتمل پیدا شده در مراحل بعد، مقدار عضو متناظر با این کارگاه در مدل Q از صفر به یک تغییر داده می‌شود (رابطه ۲۰).

$$Q_{(\hat{s}_x,\hat{s}_y,\hat{l}_z')} = 1 \quad (۲۰)$$

در مرحله سوم الگوریتم، ارزش کارگاه محتمل پیدا شده در مرحله قبل بررسی می‌شود. اگر ارزش کارگاه، منفی باشد در اینصورت اجرای الگوریتم متوقف شده و مدل GBM تعیین شده در مرحله قبل به عنوان جواب نهایی الگوریتم ارایه می‌شود. در غیر اینصورت الگوریتم به مرحله بعد می‌رود.

در مرحله چهارم، با استفاده از رابطه ۲۱، مدل GBM به روزرسانی می‌شود، سپس با رفتن الگوریتم به مرحله دوم و تکرار مراحل قبل، جستجو برای پیدا کردن یک کارگاه با ارزش دیگر ادامه می‌یابد.

$$G_{(i,j,k)} = \{1 : \forall \hat{s}_x \le i \le \hat{e}_x, \hat{s}_y \le j \le \hat{e}_y, 1 \le k \le \hat{l}_z'\} \quad (۲۱)$$

۲-۴- مثال عددی از اجرای الگوریتم *SOA*

به منظور اعتبارسنجی الگوریتم SOA، این الگوریتم بر روی یک مدل بلوکی اقتصادی دو بعدی (شکل ۶)، اجرا شده و نتایج آن با نتایج الگوریتم‌های دارای منطق ریاضی مقایسه شده است. اعداد داخل هر یک از بلوک‌ها نشان دهنده ارزش اقتصادی (BEV) آن بلوک است.

بر روی این مدل بلوکی اقتصادی، الگوریتم‌های برنامه‌ریزی پویای دو بعدی و اُلیپس برای تعیین محدوده بهینه استخراجی اجرا شده و نتایج آن در ادامه آورده شده است.

-1	5	0	0	2	0	-1	1	0	-2
-2	-2	1	-1	1	1	4	8	1	0
1	-1	6	-1	-2	-2	2	6	1	3
1	3	3	-2	-1	-1	2	4	2	2
3	4	5	-1	-1	-4	1	2	10	1

Z
X

شکل ۶: مدل بلوکی اقتصادی دوبعدی [۲]

در این مثال، حداقل ارتفاع و حداقل طول کارگاه استخراج، برابر با دو بلوک و محدودیت هم‌ترازی در جهت Z برابر با یک بلوک در نظر گرفته می‌شود. در واقع شرایط یکسان برای کاربرد سه الگوریتم پیش‌گفته (ریدل، اُلیپس و SOA) در نظر گرفته شده است.

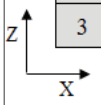
در شکل ۷- الف، ارزش اقتصادی و محدوده بهینه استخراج با کاربرد الگوریتم ریدل مشاهده می‌شود. این محدوده دارای ارزش ۷۶ واحد است.

در شکل ۷- ب، ارزش اقتصادی و محدوده بهینه استخراج با کاربرد الگوریتم اُلیپس مشاهده می‌شود. این محدوده با محدوده تعیین شده با کاربرد الگوریتم برنامه‌ریزی پویا متفاوت بوده و دارای ارزش ۷۷ واحد است.

در شکل ۷- ج، ارزش اقتصادی و محدوده بهینه استخراج با کاربرد الگوریتم SOA مشاهده می‌شود. این محدوده دارای

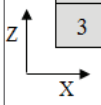
ارزش ۷۷ واحد است و با هر دو محدوده تعیین شده به وسیله الگوریتم‌های ریدل و اُلیپس تفاوت دارد.

-1	5	0	0	2	0	-1	1	0	-2
-2	-2	1	-1	1	1	4	8	1	0
1	-1	6	-1	-2	-2	2	6	1	3
1	3	3	-2	-1	-1	2	4	2	2
3	4	5	-1	-1	-4	1	2	10	1



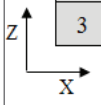
الف: محدوده بهینه استخراج با کاربرد الگوریتم ریدل و به ارزش ۷۶ واحد [۲]

-1	5	0	0	2	0	-1	1	0	-2
-2	-2	1	-1	1	1	4	8	1	0
1	-1	6	-1	-2	-2	2	6	1	3
1	3	3	-2	-1	-1	2	4	2	2
3	4	5	-1	-1	-4	1	2	10	1



ب: محدوده بهینه استخراج با کاربرد الگوریتم اُلیپس و به ارزش ۷۷ واحد [۷]

-1	5	0	0	2	0	-1	1	0	-2
-2	-2	1	-1	1	1	4	8	1	0
1	-1	6	-1	-2	-2	2	6	1	3
1	3	3	-2	-1	-1	2	4	2	2
3	4	5	-1	-1	-4	1	2	10	1



ج: محدوده بهینه استخراج با کاربرد الگوریتم *SOA* و به ارزش ۷۷ واحد

شکل ۷: مقایسه محدوده‌های حاصل از اجرای سه الگوریتم ریدل، اُلیپس و *SOA* بر روی مدل بلوکی شکل ۳

مقایسه محدوده‌های بهینه استخراج با یکدیگر نشان می‌دهد که هر سه محدوده با هم تفاوت دارد و ارزش محدوده بدست‌آمده توسط الگوریتم *SOA* از ارزش محدوده بدست آمده توسط الگوریتم ریدل، یک واحد بیشتر است اما ارزش هر دو محدوده بدست آمده با الگوریتم‌های *SOA* و اُلیپس، یکسان است. ارزش محدوده‌های تعیین شده با کاربرد الگوریتم ریدل و اُلیپس به ترتیب ۷۶ و ۷۷ واحد است. با توجه به ماهیت ریاضی الگوریتم‌های ریدل و اُلیپس انتظار میرود جواب حاصل از هر دو الگوریتم یکسان باشد اما ارزش محدوده بدست آمده با کاربرد الگوریتم ریدل یک واحد کمتر از ارزش محدوده حاصل از کاربرد اُلیپس است. به نظر میرسد اختلاف جواب دو محدوده بدست آمده به دلیل اشکال در تدوین برنامه کامپیوتری باشد که بر مبنای الگوریتم ریدل پیاده‌سازی و اجرا شده است.

۳- الگوریتم فراگیر *MLOA*

یکی از مهمترین عوامل عدم استقبال طراحان معادن زیرزمینی از الگوریتم‌های بهینه‌سازی محدوده استخراج زیرزمینی، پیچیدگی‌های فنی و اقتصادی است که در ساخت مدل بلوکی اقتصادی وجود دارد، زیرا در تعیین ارزش اقتصادی بلوک‌های واقع در یک مدل بلوکی اقتصادی، برخلاف استخراج روباز، تغییرات هزینه‌های استخراج نسبت به عمق استخراج پیوسته نیست و در واقع ارزش اقتصادی هر بلوک تابعی از عمق پهنه یا طبقه‌ای است که در آن واقع می‌شود. در استخراج زیرزمینی با کاهش یا افزایش ابعاد کارگاه استخراج، ممکن است، تعداد طبقات استخراجی تغییر یابد و یک بلوک از یک طبقه به طبقه دیگر منتقل شود که در اینصورت هزینه‌های استخراج بلوک مورد نظر و در نتیجه آن، ارزش اقتصادی بلوک[۲۴] تغییر می‌کند، بنابراین باید از ثابت فرض کردن ارزش اقتصادی بلوک‌ها اجتناب کرد و با در نظر گرفتن سه عامل تعداد، ارتفاع و جانمایی طبقات، ارزش اقتصادی هر بلوک بصورت تابعی از آن‌ها محاسبه شود. در این مقاله، یک الگوریتم فراگیر سه‌بعدی به منظور بهینه‌سازی محدوده استخراج زیرزمینی ارایه شده است که با در نظر گرفتن تمام محدوده‌های استخراج محتمل و با به کارگیری الگوریتم جزءگرای *SOA*[۲۵] بر روی مدل‌های بلوکی اقتصادی با ارزش متغیر، توانایی تعیین تعداد و جانمایی بهینه طبقات استخراجی را دارد. الگوریتم *MLOA* بر روی یک مدل بلوکی اقتصادی با ارزش متغیر اجرا می‌شود که ارزش بلوک‌های واقع در این مدل بلوکی اقتصادی تابعی از سه عامل تعداد، ارتفاع و جانمایی طبقات است و با هر گونه تغییر در این سه عامل، ارزش بلوک‌ها تغییر می‌کند.

۳-۱- مدل بلوکی عیاری

برای بهینه‌سازی محدوده استخراج زیرزمینی، همانند معادن روباز، از مدل بلوکی استفاده می‌شود. برای ساخت مدل

بلوکی محدوده معدنی، ابتدا کانسار و بخشی از سنگ‌های اطراف آن به صورت یک بلوک بزرگ در نظر گرفته می‌شود که تمامی نواحی کانی‌سازی شده را در برگیرد، سپس بلوک مورد نظر به بلوک‌های کوچکتر تقسیم شده و به هر کدام از آن‌ها عیار برآورد شده اختصاص داده می‌شود. به این ترتیب مدل بلوکی عیاری محدوده معدنی را می‌توان تهیه کرد [۱۳].

اگر راستای امتداد، ضخامت و عمق لایه به ترتیب با X، Y و Z مشخص شود، آنگاه بلوک بزرگ اولیه، به تعدادی بلوک با ابعاد کوچکتر در سه جهت یاد شده تقسیم شده و تعداد آن‌ها در این سه جهت به ترتیب با I، J و R نمایش داده می‌شود.

جلالی و همکاران در الگوریتم گوما از مفهوم طبقه محتمل[۲۶] به منظور تعیین حالات مختلف جانمایی طبقات استخراجی استفاده کرده‌اند، در الگوریتم $MLOA$ نیز از همین مفهوم استفاده می‌شود که در ادامه شرح داده خواهد شد [۴].

۳-۲- طبقه محتمل

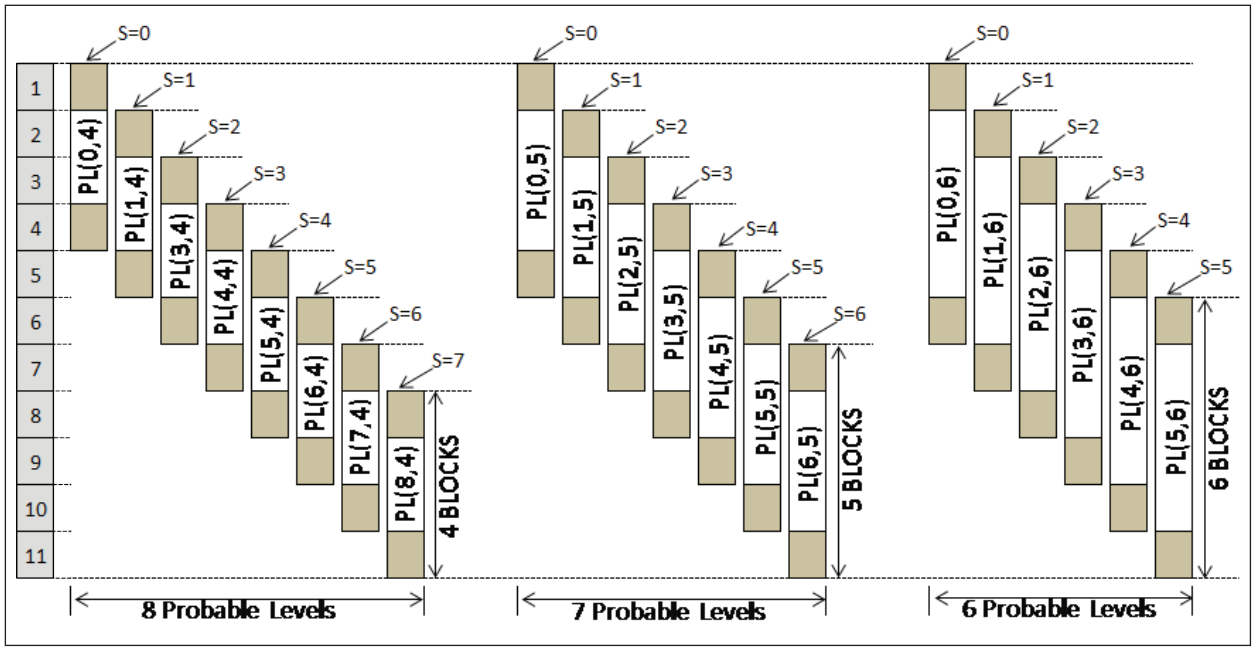
در هر محدوده مدل‌سازی شده می‌توان مجموعه‌ای از حالات مختلف جانمایی طبقات با ارتفاع‌های مختلف که معرف تمام حالات محتمل برای جانمایی طبقات باشد را تعریف کرد. هر یک از اعضای این مجموعه یک طبقه محتمل نامیده می‌شود. موقعیت و ارتفاع هر طبقه محتمل توسط زوج مرتب $PL_{(S,h)}$ نشان داده می‌شود که در این زوج مرتب، اندیس S معرف نقطه شروع و یا جانمایی طبقه محتمل و h معرف ارتفاع هر طبقه است.

در شکل ۸ تمام طبقات محتمل برای یک مدل بلوکی که دارای ۱۱ بلوک در جهت Z است ($R=11$)، در شرایطی که حداقل ارتفاع طبقه و حداکثر ارتفاع آن بترتیب ۴ و ۶ بلوک باشد، نشان داده شده است. همچنین در این مثال، مقدار هر دو پارامتر حداقل ضخامت لنگه تاج بالایی و حداقل ضخامت لنگه تاج پایینی که به ترتیب با W_p و W_n نشان داده می‌شود، برابر با ۱ بلوک فرض شده است.

همچنین از کنار هم قرار گرفتن یک یا چند طبقه محتمل و در صورت عدم همپوشانی این طبقات، محدوده‌های استخراج محتمل تشکیل می‌شود.

۳-۳- مدل‌سازی محدوده استخراج

در الگوریتم $MLOA$، به منظور تعیین مدل بلوکی اقتصادی، از یک مدل درآمدی، یک مدل هزینه‌های عملیاتی و هزینه‌های مربوط به احداث فضاهای آماده‌سازی کارگاهی استفاده شده است. مدل درآمدی[۲۷] (IM)، یک مدل بلوکی سه‌بعدی با ارزش ثابت است که ارزش هر بلوک آن نشان دهنده



شکل ۸: تعداد و جانمایی طبقات محتمل

درآمد حاصل از استخراج آن بلوک است و مشابه مدل‌های درآمدی معادن روباز قابل محاسبه است. در مدل هزینه‌ای عملیاتی (OCM)، تمام هزینه‌های استخراجی که مستقل از هزینه‌های آماده‌سازی هستند، آورده می‌شود. در ادامه، هر دو مدل یاد شده و نحوه محاسبه هزینه‌های آماده‌سازی کارگاهی به تفصیل شرح داده می‌شوند.

۳-۳-۱- مدل درآمدی *(IM)*

مدل درآمدی (IM) یک مدل بلوکی سه‌بعدی با ارزش ثابت است که ارزش هر یک از بلوک‌های تشکیل دهنده آن، نشان دهنده درآمد آن بلوک است. ارزش هر بلوک به عیار و تناژ بلوک موردنظر، قیمت فروش هر تن ماده معدنی، بازیابی کارخانجات ذوب، تصفیه و فرآوری وابسته است. با توجه به نحوه تعیین ارزش هر بلوک، واضح است که ارزش تمام بلوک‌های این مدل همواره نامنفی‌اند. ارزش هر بلوک از این مدل درآمدی، نشان دهنده درآمد حاصل از استخراج و بدون در نظر گرفتن موقعیت بلوک و هزینه‌های مربوط به استخراج آن است. تعداد بلوک‌های مدل IM در جهت امتدادی (X) با I، در جهت ضخامت (Y) با J و در جهت عمق (Z) با R مشخص می‌شود. شماره‌گذاری مدل‌های سه‌بعدی IM و OCM در جهت Z، از بالا به پایین انجام می‌شود و ارزش بلوک‌های هر دو مدل نامبرده، بر مبنای یک واحد پولی مانند ریال، دلار و یا نظایر آن است.

هزینه‌های استخراج هر بلوک، به دو بخش هزینه‌های عملیاتی و هزینه‌های آماده‌سازی کارگاهی تقسیم می‌شوند.

۳-۳-۲- مدل هزینه‌ای عملیاتی *(OCM)*

تونل‌های دنباله لایه، قیف، بونکر و زیربرش از جمله فضاهای آماده‌سازی هستند که احداث آن‌ها، برای استخراج یک طبقه، ضروری است. تعداد این فضاهای آماده‌سازی، تابعی از تعداد طبقات است و مسلما با افزایش تعداد طبقات، تعداد این اجزا نیز افزایش می‌یابد. اگر فضاهای آماده‌سازی یاد شده، فضاهای آماده‌سازی کارگاهی نامیده شود، با افزایش تعداد طبقات، هزینه فضاهای آماده‌سازی کارگاهی افزایش می‌یابد. برای هر بلوک در مدل OCM فقط هزینه‌های استخراجی که مستقل از هزینه‌های آماده‌سازی باشند در نظر گرفته می‌شود. چنانچه حداقل و حداکثر ارتفاع هر طبقه استخراجی به ترتیب با $h_{\min}$ و $h_{\max}$ نشان داده شود، در مدل OCM تمام هزینه‌های استخراج یک بلوک در حالتی که فرض شود آن بلوک در یک طبقه به ارتفاع $h_{\min}$ قرار خواهد گرفت، در نظر گرفته می‌شود؛ این هزینه‌ها، شامل تمام هزینه‌های استخراج، به جز هزینه احداث فضاهای آماده‌سازی کارگاهی است. از جمله هزینه‌هایی که در مدل OCM لحاظ می‌شود، می‌توان هزینه‌های سرمایه‌گذاری و هزینه‌های جاری را نام برد. برای بلوک (i,j,k) که در طبقه‌ای با ارتفاع h قرار گرفته است، مقدار این هزینه‌ها با رابطه ۲۲ تعیین می‌شود.

$$\text{Operational Costs} = OCM_{(i,j,k)} + (h - h_{\min})LHC \quad (۲۲)$$

که در آن:

h ارتفاع طبقه محتمل

$h_{\min}$ حداقل ارتفاع هر طبقه محتمل

LHC[۲۸] هزینه‌ای که با بیشتر شدن ارتفاع یک طبقه محتمل از حداقل ارتفاع، باید از ارزش هر بلوک کم شود.

در واقع به ازای هر واحد اختلاف h و $h_{\min}$، به میزان LHC، هزینه هر بلوک افزایش خواهد یافت. به عبارت دیگر چون در مدل OCM فقط هزینه قرارگیری بلوک در یک طبقه با حداقل ارتفاع، در نظر گرفته می‌شود و در حالت کلی با افزایش ارتفاع یک طبقه، هزینه استخراج (منظور از هزینه‌های استخراج، هزینه‌های غیر از هزینه‌های آماده‌سازی کارگاهی است) آن افزایش می‌یابد، بنابراین باید متناسب با افزایش هر واحد ارتفاع طبقه، به میزان مشخص شده (LHC) به هزینه استخراج هر بلوک اضافه گردد.

۳-۳-۳- هزینه‌های آماده‌سازی کارگاهی

به منظور استخراج هر طبقه لازم است، فضاهایی مانند تونل‌های دنبال‌لایه، زیربرش، قیف، بونکر و در برخی مواقع تونل‌های موازی‌لایه و میانبرها احداث شوند. بدیهی است در روش‌هایی مانند استخراج از طبقات فرعی و تخریب در طبقات فرعی، در هر طبقه استخراجی از طریق احداث چندین تونل در طبقات فرعی فرآیند استخراج انجام خواهد شد که در این صورت تونل‌های طبقات فرعی نیز جزیی از فضاهای آماده‌سازی کارگاهی محسوب می‌شوند.

در حالت کلی به ازای هر N طبقه استخراجی، $N+1$ تونل دنبال‌لایه و N تونل موازی‌لایه (در صورت لزوم) وجود دارد که از $N+1$ تونل دنبال‌لایه، یک تونل فقط برای تهویه، یک تونل فقط برای حمل و نقل و $N-1$ تونل هم برای تهویه و هم

برای حمل و نقل بکار میروند. به عنوان مثال اگر یک محدوده استخراج شامل ۳ طبقه استخراجی باشد در این صورت این محدوده استخراج شامل ۴ تونل دنبال‌لایه است که ۱ تونل فقط به منظور تهویه، ۱ تونل فقط به منظور حمل و نقل و ۲ تونل، هم برای تهویه و هم برای حمل و نقل احداث می‌شوند.

اگر ابعاد بلوک‌ها در جهت X با x_d نمایش داده شود، در این صورت طول هر تونل دنبال‌لایه و موازی‌لایه برابر با $I \times x_d$ است. همچنین اگر هزینه احداث هر متر تونل دنبال‌لایه و موازی‌لایه به ترتیب C_{Drift} و $C_{\text{LateralDrift}}$ باشد، هزینه احداث فضاهای آماده‌سازی کارگاهی که با LDC[29] نشان داده می‌شود با استفاده از رابطه ۲۳ بدست میآید.

$$\begin{aligned} LDC(h,N) &= \left(I \times x_d \times C_{\text{Drift}}\left(1+\frac{1}{N}\right)\right) + C_{\text{Undercut}} \\ &+ (n_{\text{Drawpoints}} \times C_{\text{Drawpoint}}) + (n_{\text{Crosscuts}} \times C_{\text{Crosscut}}) \\ &+ (n_{\text{Chutes}} \times C_{\text{Chute}}) + (n_{\text{Raises}} \times h \times C_{\text{Raise}}) \\ &+ (m \times I \times x_d \times C_{\text{Sublevel}}) + \ldots \end{aligned} \quad (۲۳)$$

که در این روابط:

C_{Undercut} هزینه احداث زیربرش

$C_{\text{Drawpoint}}$ هزینه احداث هر قیف

C_{Chute} هزینه احداث هر بونکر

C_{Crosscut} هزینه احداث میانبرها

C_{Raise} هزینه حفاری هر متر از دویل‌های بالارو

$n_{\text{Drawpoints}}$ تعداد قیف‌های هر طبقه

n_{Chutes} تعداد بونکرهای هر طبقه

n_{Raises} تعداد دویل‌های بالارو

z_d ابعاد بلوک‌ها در جهت عمق کانسار (Z)

N تعداد طبقات محتمل هر محدوده محتمل

m تعداد تونل‌های طبقات فرعی در هر طبقه

C_{Sublevel} هزینه هر متر حفاری تونل طبقات فرعی است

سایر پارامترهای این روابط نیز قبلا معرفی شده‌اند.

طبیعتاً اگر روشی غیر از روش‌های تخریب در طبقات فرعی و استخراج از طبقات فرعی به کار برده می‌شود، مقدار m باید صفر در نظر گرفته شود.

در این رابطه صرفا چند نمونه از هزینه‌های آماده‌سازی بیان شده است که با توجه به روش استخراج مدنظر طراح معدن، می‌توان هزینه‌های دیگر را نیز به این رابطه افزود. به عنوان مثال، در صورت وجود تونل موازی‌لایه، هزینه حفاری این تونل‌ها که معادل با $I \times x_d \times C_{\text{LasteralDrift}}$ است به رابطه ۲۲ اضافه می‌شود.

۳-۳-۴- مدل بلوکی اقتصادی[30]

در الگوریتم $MLOA$ با کاربرد الگوریتم SOA در درون هر طبقه محتمل فرآیند بهینه‌سازی انجام می‌شود و الگوریتم SOA بر روی یک مدل بلوکی اقتصادی سه‌بعدی به نام EBM اجرا می‌شود. یکی از مهمترین مراحل الگوریتم $MLOA$ پس از تعیین طبقات و محدوده‌های محتمل، نحوه تعیین مدل بلوکی اقتصادی EBM است. پس از تعیین مدل بلوکی اقتصادی EBM و با توجه به دیگر پارامترهای فنی و هندسی تعریف شده با کاربرد الگوریتم SOA در هر طبقه محتمل؛ ابعاد و موقعیت قرارگیری کارگاه‌های استخراج برای آن طبقه، قابل تعیین است. در واقع الگوریتم SOA، یک الگوریتم جزءگرا است که در درون هر طبقه استخراجی و با در نظر گرفتن یک سری محدودیت‌های خاص (محدودیت‌های فنی)، ابعاد و موقعیت کارگاه‌های استخراج را مشخص می‌کند، ولی الگوریتم $MLOA$، یک الگوریتم فراگیر است که با در نظر گرفتن پارامترهای اقتصادی؛ تعداد، ارتفاع و محل طبقات استخراجی را مشخص می‌کند.

۳-۳-۴-۱- موقعیت مدل بلوکی اقتصادی

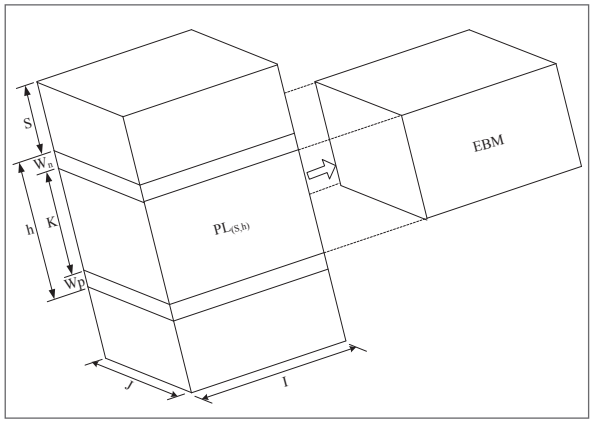
در الگوریتم $MLOA$، با کاربرد مدل درآمدی، مدل هزینه‌های عملیاتی (OCM) و هزینه مربوط به احداث فضاهای آماده‌سازی کارگاهی (LDC)، مدل بلوکی اقتصادی EBM برای هر طبقه محتمل تعیین می‌شود. در شکل ۹ موقعیت مدل EBM در درون یک طبقه محتمل نشان داده شده است. همانطور که در شکل نیز نشان داده شده است تعداد بلوک‌های مدل EBM در جهت Z (که با K نشان داده می‌شود) برابر با $h-(W_p-W_n)$ است و منظور از h در این رابطه، ارتفاع طبقه محتمل است.

برای تعیین موقعیت قرارگیری مدل EBM در درون هر طبقه محتمل از مفهوم حد پایین و حد بالا استفاده شده است. از آنجا که هر طبقه محتمل با زوج مرتب $PL_{(S,h)}$ نشان داده می‌شود اگر حدود پایین مدل EBM در سه جهت X، Y و Z به ترتیب با LS_x، LS_y و LS_z و حدود بالای آن در سه جهت یاد شده نیز به ترتیب با LE_x، LE_y و LE_z نشان داده شود، مقدار LS_x و LS_y همواره برابر با یک است و مقادیر LE_x و LE_y به ترتیب برابر با I و J است. مقادیر LS_z و LE_z از رابطه ۲۴ تعیین می‌شود.

$$\begin{cases} LS_z = S + W_n + 1 \\ LE_z = S + h \ - W_p \end{cases} \quad (۲۴)$$

همچنین تعداد بلوک‌های مدل EBM در جهت Z که با K نشان داده می‌شود با کاربرد رابطه ۲۵ قابل تعیین است.

$$K = LE_z - LS_z - 1 = h - W_p - W_n \quad (۲۵)$$



شکل ۹: موقعیت مدل *EBM* در درون هر طبقه محتمل

۳-۳-۴-۲- ارزش‌گذاری مدل بلوکی اقتصادی

مدل EBM، یک مدل سه‌بعدی و دارای $I \times J \times K$ بلوک است که پس از تعیین هر طبقه محتمل و تعیین حدود بالا و پایین آن مشخص می‌شود. اگر هر بلوک از مدل EBM در سه جهت X، Y و Z به ترتیب با متغیرهای i، j و k نشان داده شود، در اینصورت ارزش این بلوک که با $BEV_{(i,j,k)}$ نشان داده می‌شود با استفاده از رابطه ۲۶ محاسبه می‌شود.

$$BEV_{(i,j,k)} = IM_{(i,j,k)} - \frac{LDC(h,N)}{I \times J \times K} - OCM_{(i,j,k)} - (h - h_{\min})LHC \quad (۲۶)$$

به‌طور خلاصه می‌توان گفت که در این الگوریتم ابتدا، چگونگی جانمایی طبقات و محدوده‌های استخراج محتمل تعیین می‌شود. سپس برای تمام طبقات قرار گرفته درون یک محدوده استخراج محتمل مشخص، با توجه به مدل‌های درآمدی، OCM و سایر پارامترهای اقتصادی تعریف شده، یک مدل بلوکی اقتصادی ساخته می‌شود و با کاربرد الگوریتم SOA فرآیند بهینه‌سازی در درون هر طبقه انجام شده و ارزش آن تعیین می‌شود. با جمع کردن ارزش این طبقات، ارزش محدوده استخراج محتمل مشخص می‌شود. در نهایت با مقایسه ارزش تمام محدوده‌های استخراج محتمل با یکدیگر، محدوده استخراج با بیشترین ارزش، انتخاب شده و به عنوان محدوده بهینه نهایی و خروجی الگوریتم $MLOA$ معرفی می‌شود.

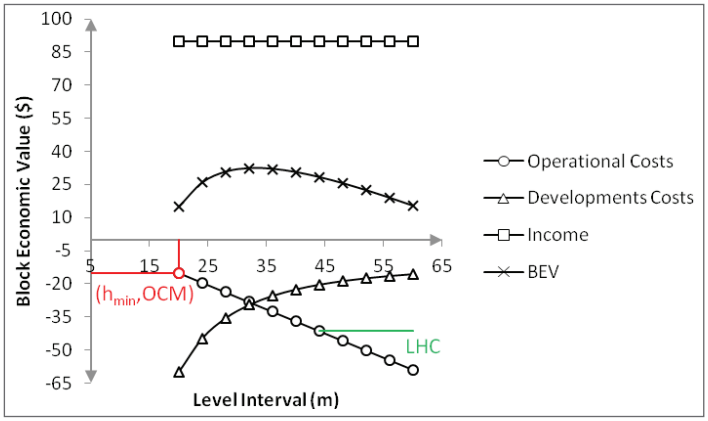
۳-۳-۴-۳- تحلیل و اعتبارسنجی مدل پیشنهادی

ارزش اقتصادی بلوک، یکی از مهمترین پارامترهای ورودی هر الگوریتم و مدل برای بهینه‌سازی محدوده استخراج زیرزمینی است. واضح است که اگر تخمین و پیش‌بینی درستی از این پارامتر صورت نگیرد، نمی‌توان چندان به صحت جواب حاصل از الگوریتم اعتماد کرد. یکی از وجوه متمایز الگوریتم پیشنهادی در این مقاله با سایر الگوریتم‌های موجود، نحوه تعیین ارزش اقتصادی بلوک‌هاست.

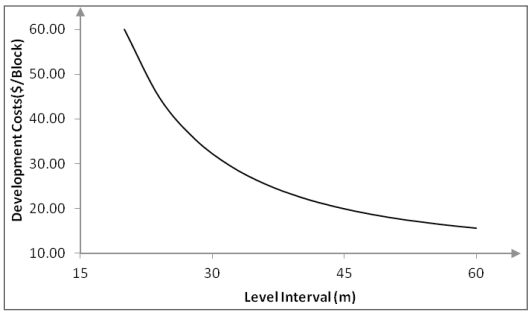
ارزش اقتصادی بلوک، تابع موقعیت قرارگیری و ارتفاع طبقه‌ای است که در آن قرار گرفته است. مطابق شکل ۱۰ که نشان دهنده ارتباط ارزش اقتصادی بلوک با ارتفاع طبقه است، درآمد حاصل از استخراج هر بلوک هیچ ارتباطی با ارتفاع طبقه‌ای که در آن قرار گرفته است ندارد و صرفا به عیار آن وابسته است. برخی از هزینه‌ها مانند آبکشی، ارسال مواد به درون کارگاه، انتقال کارگران، پایین کشیدن کانسنگ و نظایر آن، با افزایش ارتفاع طبقه، افزایش می‌یابند. ارتباط این هزینه‌ها با ارتفاع طبقه به صورت خطی است [۱۵]، بنابراین با داشتن یک نقطه از این خط* و شیب آن (LHC) که از داده‌های تاریخی حاصل از معادن مشابه قابل وصول‌اند، می‌توان مقدار این هزینه‌ها را به ازای هر ارتفاعی از طبقه محتمل (h) تعیین کرد.

همچنین طبق تحقیقات پیشین، ارتباط هزینه‌های آماده‌سازی کارگاهی با ارتفاع طبقه، به صورت منحنی است و با افزایش ارتفاع طبقه، مقدار این هزینه‌ها کاهش می‌یابد[۱۵]. مطابق با رابطه ۲۳، در یک تقسیم‌بندی کلی هزینه‌های آماده‌سازی کارگاهی به هزینه‌های آماده‌سازی افقی و عمودی تقسیم می‌شوند. اکثر هزینه‌های آماده‌سازی افقی، مانند هزینه حفاری تونل‌ها، قیف‌ها، بونکرها و نظایر آن مستقل از ارتفاع طبقه هستند و مقدار آن‌ها برای طبقه‌ای به ارتفاع ۴۰ متر و یا

* در روابط پیشنهادی در این مقاله، از نقطه $(h_{min}, OCM_{(i,j,k)})$ استفاده شده است.



شکل ۱۰: ارتباط هزینه‌های تولید یک تن کانسنگ با ارتفاع طبقه



شکل ۱۱: ارتباط هزینه‌های آماده‌سازی هر بلوک با ارتفاع طبقه

۶۰ متر یکسان است. برعکس این حالت، هزینه بازکننده‌های عمودی، مانند دویل‌ها و یا برخی از بازکننده‌های افقی مانند تعداد تونل‌های طبقات فرعی با ارتفاع طبقات ارتباط مستقیم دارد، بنابراین با افزایش ارتفاع طبقه، هزینه‌های آماده‌سازی کل (صورت کسر در رابطه ۲۶) افزایش می‌یابد ولی به دلیل افزایش بلوک‌های موجود در طبقه (افزایش K) مقدار مخرج کسر نیز افزایش می‌یابد. طبق قضیه ۱ که اثبات آن نیز در ادامه آورده شده است، انتظار می‌رود آهنگ افزایش مخرج کسر بیشتر از صورت کسر باشد، بنابراین سهم تمام شده هر بلوک از هزینه‌های آماده‌سازی کل، با افزایش ارتفاع طبقه کاهش می‌یابد، بنابراین نتایج حاصل از مدل کمی جدید، با دستاوردهای پیشین تطابق کامل دارد.

قضیه: مقدار هزینه‌های آماده‌سازی هر بلوک، با افزایش ارتفاع طبقه، کاهش می‌یابد.

اثبات: در یک تقسیم‌بندی کلی می‌توان، شبکه آماده‌سازی هر طبقه را به فضاهای آماده‌سازی افقی یا عمودی تقسیم کرد. هزینه فضاهای آماده‌سازی افقی، غالبا ارتباطی با ارتفاع طبقه ندارد (C_0 در رابطه ۲۸). برعکس این حالت، هزینه فضاهای آماده‌سازی عمودی متاثر از ارتفاع طبقه هستند (C_1h در رابطه ۲۸)، بنابراین مجموع هزینه‌های آماده‌سازی‌های لازم با هر طبقه با استفاده از رابطه ۲۸ قابل بیان است. با تقسیم کل این هزینه بر مجموع بلوک‌های طبقه، سهم هر بلوک از هزینه‌های آماده‌سازی آن طبقه به دست می‌آید (رابطه ۲۹). از آنجا که مشتق اول و مشتق دوم این رابطه به ترتیب، منفی و مثبت‌اند، بنابراین این تابع اکیدا نزولی بوده و تقعر آن به سمت بالاست (شکل ۱۱) و بنابراین با افزایش ارتفاع طبقه، هزینه‌های آماده‌سازی به ازای هر بلوک کاهش می‌یابد.

$$K = h - W_p - W_n \qquad (۲۷)$$

$$LDC(h,N) = C_0 + C_1 h \qquad (۲۸)$$

$$BDC = \frac{LDC(h,N)}{IJK} = \frac{C_0 + C_1 h}{IJ(h - W_p - W_n)} \qquad (۲۹)$$

$$\frac{\partial BDC}{\partial h} = \frac{C_1 h - C_1 W_p - C_1 W_n - C_0 - C_1 h}{IJ(h - W_p - W_n)^2} \qquad (۳۰)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial BDC}{\partial h} = \frac{-C_1 W_p - C_1 W_n - C_0}{IJ(h - W_p - W_n)^2} < 0 \qquad (۳۱)$$

$$\frac{\partial^2 BDC}{\partial h^2} = \frac{2K(C_1 W_p + C_1 W_n + C_0)}{IJ(h - W_p - W_n)^4} > 0 \qquad (۳۲)$$

بنابراین رابطه ارایه شده در این مقاله برای تعیین ارزش اقتصادی بلوک، پشتوانه ریاضی داشته و کاملا با تحقیقات پیشین همخوانی دارد [۱۵].

ارتباط هر یک از اجزای ارزش اقتصادی بلوک، با ارتفاع طبقه در شکل ۱۰ نشان داده شده است.

۴- نتیجه‌گیری

الگوریتم *MLOA* یک الگوریتم سه‌بعدی است که پس از تعیین تمام حالات ممکن برای جانمایی طبقات و محدوده‌های استخراج محتمل، برای هر طبقه محتمل، یک مدل بلوکی اقتصادی سه‌بعدی بر اساس پارامترهای اقتصادی تعیین می‌کند و با کاربرد الگوریتم *SOA* در درون هر طبقه؛ تعداد، ابعاد و موقعیت کارگاه‌های استخراج را مشخص می‌نماید. الگوریتم *SOA*، یک الگوریتم سه بعدی جستجو محور است. در این الگوریتم از یک کارگاه محتمل مکعب مستطیل شکل به منظور تعیین بلوک‌های با بیشترین ارزش اقتصادی استفاده می‌شود. سپس در صورتی که این کارگاه، محدودیت‌های فنی و هندسی تعریف شده را اغنا کند، به عنوان جزیی از محدوده استخراجی انتخاب خواهد شد. پس از تعیین ابعاد و موقعیت کارگاه‌های استخراج در درون هر طبقه محتمل و تعیین ارزش آن طبقه، مجموع ارزش طبقات درون هر محدوده استخراج محاسبه شده و به عنوان ارزش آن محدوده محتمل معرفی می‌شود. در نهایت با مقایسه ارزش تمام محدوده‌های استخراج محتمل با یکدیگر، با ارزشترین محدوده انتخاب می‌شود و به عنوان محدوده بهینه نهایی معرفی خواهد شد. در مدل بلوکی اقتصادی که الگوریتم *MLOA* برای هر طبقه محتمل در نظر می‌گیرد، ارزش هر بلوک با توجه به تعداد، ارتفاع و جانمایی طبقات قابل تغییر است و این باعث می‌شود، عملیات بهینه‌سازی بر روی یک مدل بلوکی اقتصادی موثر و کارآمد اجرا شود. به منظور تعیین ارزش اقتصادی هر بلوک در مدل بلوکی اقتصادی، مهمترین پارامترهای تاثیرگذار بر یک معدن زیرزمینی در نظر گرفته شده است، بنابراین از آنجا که الگوریتم *MLOA*، الف- تمام حالات ممکن برای جانمایی طبقات استخراجی و محدوده‌های استخراج را در نظر می‌گیرد، ب- از یک مدل بلوکی اقتصادی با ارزش متغیر استفاده می‌کند، ج- در درون هر طبقه نیز با کاربرد الگوریتم *SOA*، ابعاد و موقعیت کارگاه‌های استخراج را مشخص می‌نماید و نتایج حاصل از اعتبارسنجی الگوریتم *SOA* نیز موفقیت‌آمیز بوده است این الگوریتم پشتوانه قوی و کارآمدی در تعیین محدوده بهینه معدن دارد.

۵- مراجع

[۱] جلالی، م. ا.؛ حسینی، س. ه.؛ ۱۳۸۸؛ "**بهینه‌سازی محدوده‌ی استخراج در معادن زیرزمینی با استفاده از الگوریتم حریصانه**"، نشریه‌ی علمی-پژوهشی انجمن مهندسی معدن، سال چهارم، شماره‌ی ۷، ص ۱-۱۱.

[۲] جلالی، م. ا.؛ عطائی پور، م.؛ ۱۳۸۵؛ "**بهینه‌سازی محدوده‌ی کارگاه استخراج با استفاده از الگوریتم برنامه‌ریزی پویا**"، نشریه‌ی علمی-پژوهشی امیرکبیر، تابستان و پاییز ۱۳۸۴، ۱۶(ج-۶۲): ص ۳۷-۴۸.

[۳] جلالی، م. ا.؛ عطایی‌پور، م.؛ ۱۳۸۵؛ "**اصلاح الگوریتم لرچ و گراسمن برای بهینه‌سازی محدوده‌ی معدنکاری روباز با شیب دیواره‌ی کمتر از ۱:۱**"، نشریه‌ی علمی-پژوهشی انجمن مهندسی معدن، سال اول، شماره‌ی ۲، ص ۱-۷.

[۴] عطایی‌پور، م.؛ جلالی، م. ا.؛ ۱۳۹۲؛ "**انتخاب بهینه محدوده معدن و جانمایی کارگاه‌های استخراج در معادن زیرزمینی**"، نشریه‌ی علمی-پژوهشی انجمن مهندسی معدن، دوره هشتم، شماره‌ی ۲۰، ص ۷۲-۸۹.

[5] Riddle, J. (1977). *"A Dynamic Programming Solution of a Block-Caving Mine Layout"*. 14th International Symposium on the Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry, Society for Mining, Metallurgy and Exploration, Colorado, 767-780.

[6] Ovanic, J., and Young, D. (1995). *"Econemic Optimisation of Stope Geometry Using Separable Programming with Special Branch and Bound Techniques"*. Third Canadian Conference on Computer Applications in the Mineral Industry, H. Mitri (ed), Balkema, Rotterdam, 129-135.

[7] Alford, C. (1995). *"Optimisation in Underground Mine Design"*. 25th International Symposium on the Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry, The Australasian Institute of Mining and Metallurgy, 213-218.

[8] Ataee-pour, M. (1997). *"A New Heuristic Algorithm to Optimise Stope Boundaries"*. Proceeding of the 2nd Regional APCOM Symposium on Computer Applications in the Mineral Industry, Russia, Moscow.

[9] Ataee-pour, M., and Baafi, E. Y. (2003). *"SLO – AProgram for Stope Limit Optimisation Using A Heuristic Algorithm"*. Proceedings of the 18th International Mining Congress and Exibition of Turkey – IMCET, G Ozbayoglu (ed.), Turkey, 295-301.

[10] Jalali, S, E., and Ataee-pour, M. (2004). *"A 2D Dynamic Programming Algorithm to Optimize Stope Boundary"*. Proceeding of Mine Planning and Equipment Selection (MPES), 45-52.

[11] Jalali, S. E., Ataee-pour, M., and Shahriar K. (2007). *"Rigorous Algorithms to Optimise stope boundaries Capabilities Restrictions and Applications"*. Modern management of Mine producing, Geology and environmental protection (SGEM), Albena, Bulgaria.

[12] Jalali, S. E., Ataee-pour, M., and Shahriyar, K. (2007). *"A Computer Program to Optimize Stope Boundaries Using Probable Stope Algorithm"*. Iranian Journal of Mining Engineering (IRJME), 2(3): 7-14.

[13] Dimitrakopoulos, R., and Grieco, N. (2009). *"Stope design and geological uncertainty: quantification of risk in conventional designs and probabilistic alternative"*. Mining Science, 45(2): 152-163.

[14] Topal, E., and Sens J. (2010). *"A new algorithm for stope boundary optimization"*. Coal Science & Engineering, 16(2): 113-119.

[15] Agoshkov, M., Borisov, V., and Boyarsky, V. (1983). *"Mining of Ores and Non-Metallic Minerals"*. Mir Publishers, Moscow, 245–246. (Translated from the Russian by V. Kochin in 1988).

---

۱ Rigorous Algorithms

۲ Heuristic Algorithms

۳ Riddle

۴ Lerchs and Grossman

۵ Ovanic and Young

۶ Alford

۷ Floating Stope

۸ Moving Cone

۹ Pana

۱۰ Maximum Value Neighbourhood

۱۱ OLIPS (Optimum Limit Integrated Probable Stope)

۱۲ Stope Boundary Optimiser

۱۳ Variable Value Economic Model

۱۴ Dimitrakopoulos

۱۵ Topal

۱۶ Net Present Value

۱۷ Mining Limit Optimiser Algorithm

۱۸ Stope Optimiser Algorithm

۱۹ Economic Block Model

۲۰ Probable Stope

۲۱ Geometry Block Model

۲۲ Binary Model

۲۳ Location of Probable Stope

۲۴ Block Economic Value

۲۵ Stope Optimiser Algorithm

۲۶ Probable Level

۲۷ Income Model

۲۸ Level Height Cost

۲۹ Level Dependent Costs

۳۰ Economic Block Model